RADIACIÓN
DEFINICIONES BÁSICAS

Veremos algunas definiciones fundamentales muy usadas en los temas de radiación.

Ángulo Sólido

Un ángulo plano es una medida de la abertura entre dos rectas en un plano.

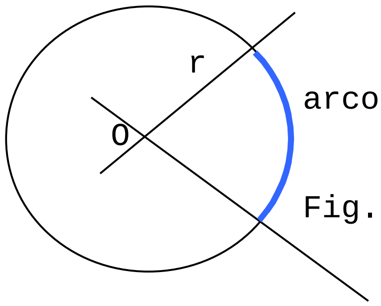


Fig. A1-1

Para medirlo se superpone una circunferencia centrada en el cruce de las rectas. Se mide la longitud (en metros) del arco encerrado y se la divide por el radio r. Cualquiera que sea el tamaño de la circunferencia, esta relación se mantendrá constante para la misma abertura entre las rectas. Así es

$$\text{Ángulo} = \frac{\text{arco (metros)}}{\text{radio (metros)}} \quad \text{----->} \text{ radián}$$

A pesar de que el resultado de la división de las mismas unidades deja sin unidad a la magnitud angular, se da en llamar *radián* al resultado de la relación. Así que cuando el arco = radio, el ángulo es de 1 radián.

Todos conocemos que una circunferencia se divide en 360°. Luego un radián será

$$1 \text{ radián} = \frac{360°}{2\pi} = 57.29578°$$

Como la longitud de una circunferencia completa es $2\pi r$, el ángulo abarcado por ella será de 2π.

Tal como se puede definir un ángulo plano como la relación entre el arco entre dos rectas y el radio de la circunferencia auxiliar usada (cualquiera) también existe una definición similar para un ángulo en tres dimensiones, es decir un Ángulo Sólido.

Un Ángulo Sólido puede ser el que subtiende una pantalla de cine frente a nuestros ojos. El elemento auxiliar será ahora una esfera (en lugar de la circunferencia)

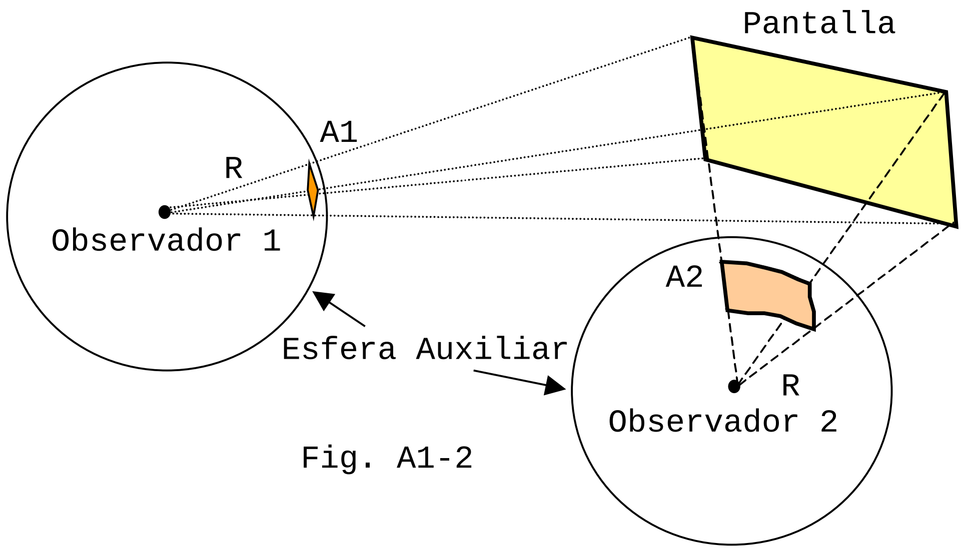


Fig. A1-2

Vemos al Observador ubicado en dos lugares distintos respecto a la pantalla de cine. Desde 1, el área de la pantalla proyectada sobre la esfera es A1. En el 2, la proyección de esta misma área es A2.

Los Ángulos Sólidos serán

$$\Omega 1 = \frac{A1}{R^2} \qquad \Omega 2 = \frac{A2}{R^2}$$

En el dibujo se nota que Ω2 es más grande que Ω1, por estar el Observador más cerca de la pantalla.

La unidad de los Ángulos Sólidos resulta también de dividir metros cuadrados por metros cuadrados, así que se le llama stereo-radián, o simplemente steradián.

Una esfera completa abarca un Ángulo Sólido

$$\Omega esfera = \frac{4\pi\ R^2}{R^2} = 4\pi\ (str)$$

Como antes, el Ángulo Sólido puede medirse también en grados cuadrados

$$1\ str = (57.29578)^2 = 3282.8064 \text{ grados cuadrados}$$

Y una esfera completa tendrá

$$\Omega esfera = 4\pi\ str = 41252.959 \text{ grados cuadrados}$$

Es necesario aclarar que el Ángulo Sólido no depende de la forma de la superficie, sino del valor de esa superficie.

El cálculo del Ángulo Sólido abarcado por superficies circulares responde a una fórmula sencilla.

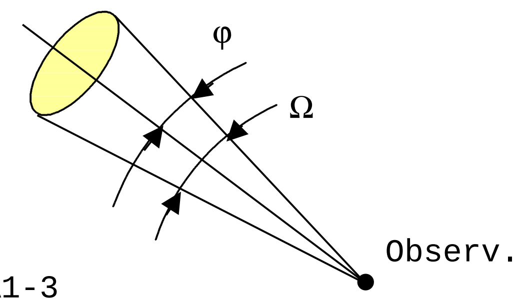


Fig. A1-3

$$\text{Ángulo Sólido (str)} = 2\pi\ (\ 1 - \cos\varphi\ )$$

donde φ es el semiángulo plano que define el radio aparente del objeto.

Como ejemplo, la Luna (o el Sol) abarcan en el cielo un Ángulo Sólido

$$\Omega\ Luna = \frac{\pi * (½°)^2}{4} = 0.19635 \text{ grados cuadrados}$$

$$\Omega\ Luna = 5.98 * 10^{-5}\ (str)$$

Intensidad de Radiación

Es una magnitud que define la cantidad de energía por unidad de tiempo (potencia) que llega desde una dirección dada, desde una fuente extendida (no puntual).

$$I = \frac{E}{\Delta t \ \Delta f \ A \ \Delta\Omega} = \left(\frac{\text{joule}}{\text{seg} \ \ \text{Hz} \ \ m^2 \ \ \text{str}}\right)$$

Como el $\frac{\text{joule}}{\text{seg}}$ = watt la unidad de I es $\left(\frac{\text{watt}}{\text{Hz} \ \ m^2 \ \ \text{str}}\right)$

El significado de los términos es el siguiente

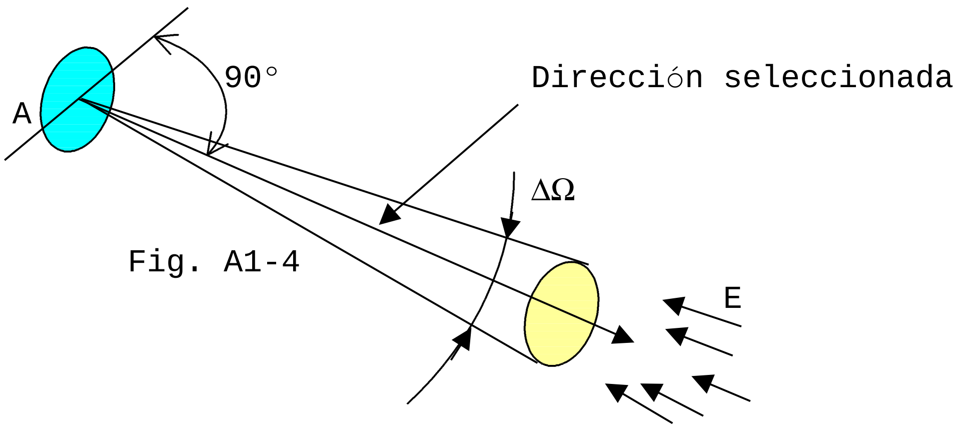


Fig. A1-4

A: Área colectora de la energía (perpendicular a la Dirección de medición) (metros cuadrados)

$\Delta\Omega$: Elemento de Ángulo Sólido (steradián)

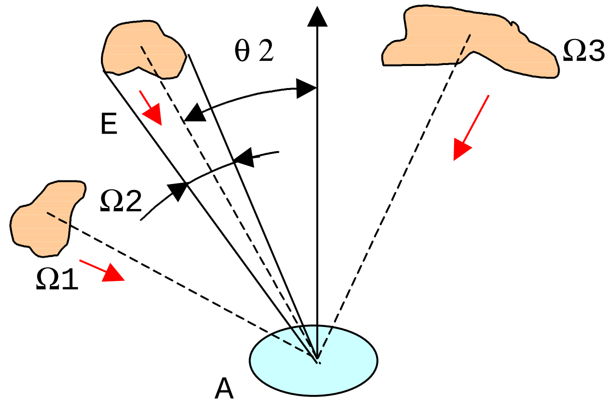
E: Energía que entra en el cono proveniente de la Dirección seleccionada(joule)

Para tener una idea gráfica de como se puede medir la intensidad de radiación proveniente de varias direcciones, podemos pensar que cuando observamos una fotografía, las áreas más brillantes de la figura corresponden a las direcciones de mayor Intensidad de Radiación y viceversa para las oscuras. Con esto queda claro que la Intensidad de Radiación es lo que llamamos "brillo" superficial. La Intensidad de Radiación solo tiene sentido para áreas radiantes. Cuando se trata de fuentes puntuales la definición carece de sentido pues el Ángulo Sólido subtendido por la fuente tiende a cero. (en la definición de IR, este Ángulo Sólido está en el denominador)

Densidad de Flujo Radiante

La Densidad de Flujo es toda la energía que pasa por un área colectora unitaria por unidad de tiempo y que proviene de todo el espacio circundante.

Fig. A1-5 La Densidad de Flujo (S) es la medida de la potencia radiante que pasa por el área A ($1m^2$)desde todo el espacio circundante. Aquí suponemos que debajo de A no hay fuentes.



La potencia radiante proviene desde distintas fuentes que presentan sus propias Intensidades de Radiación. Si las fuentes poseen tamaños aparentes (Ángulos Sólidos) pequeños se puede evaluar la Densidad de Flujo S como

$$S \left(\frac{\text{watt}}{m^2\ \text{Hz}} \right) = I1 * \Omega 1 * \cos(\theta 1) + I2 * \Omega 2 * \cos(\theta 2) + I3 * \Omega 3 * \cos(\theta 3)$$

Cada fuente individual contribuye con su Densidad de Flujo parcial. El factor cos(θ) tiene en cuenta la inclinación de la fuente radiante respecto a la normal a la superficie colectora.

Si una fuente de gran Intensidad de Radiación (I -> elevado) se aleja mucho del observador como para hacer que su Ángulo Sólido sea inmedible (Ω ->0), pero el producto I*Ω no se hace cero, estamos ante lo que llamamos "Fuente Puntual". Un ejemplo lo puede proveer una estrella, ya que su tamaño no es apreciable (Ω ~0), ni con telescopios y sin embargo su brillo superficial (I) es suficientemente grande para que el producto I*Ω sea el adecuado para que la podamos ver.

La Densidad de Flujo que llega de una fuente puede informar sobre la Potencia total irradiada por ella, si conocemos su distancia.

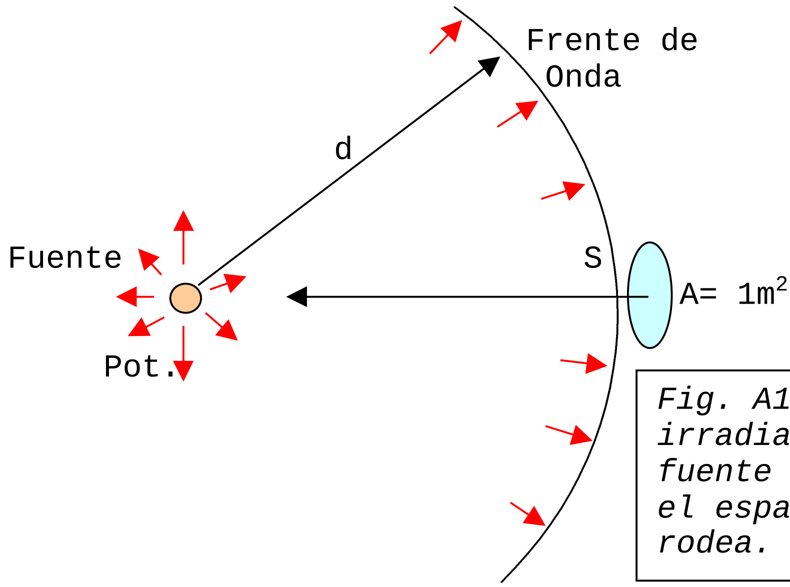


Fig. A1-6 La Potencia irradiada por una fuente se esparce por el espacio que la rodea.

La Potencia que salió de la fuente llega al área colectora A luego de un tiempo t=d/c.

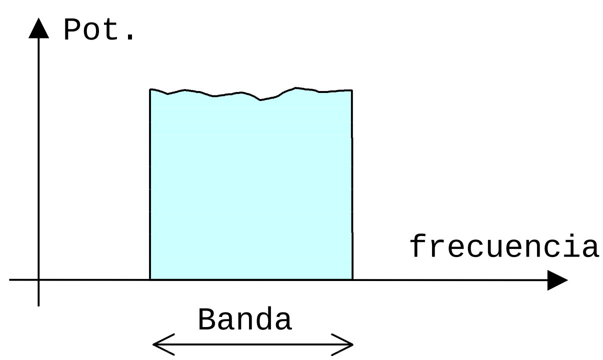
Esa Potencia estará repartida por toda la extensión de la superficie de la esfera que rodea a la fuente y que toca al área A. Por lo tanto la potencia por unidad de área recibida por A será:

$$p\ (\text{watt/m}^2) = \frac{\text{Pot. irrad.} \quad (\text{watt})}{\text{Superf. esfera} \quad (\text{m}^2)}$$

$$p = \frac{\text{Pot. irrad.}}{4\pi d^2}$$

Si la Potencia total irradiada abarca una banda espectral

Fig. A1-7 La distribución de la potencia irradiada en las frecuencias puede ser cualquiera. Suponemos una distribución constante para simplificar.



de manera uniforme a lo largo de las frecuencias, se puede escribir:

$$S = \text{Densidad de Flujo} = \frac{\text{Pot. irradiada}}{4\pi d^2 * B} \left(\frac{\text{watt}}{\text{m2 Hz}}\right)$$

Esta misma ecuación nos permite hallar la potencia irradiada desde una fuente, si sabemos su distancia, su espectro y su Densidad de Flujo.

DENSIDAD DE FLUJO SOLAR

Veremos un ejemplo práctico: Calculemos la Intensidad de Radiación solar en el rango visible, para $\lambda=0.56$ micrones (luz amarilla).

Sabiendo que la temperatura superficial del sol es de unos 6000°K, podemos usar la Ley de Plank para determinar I, resultando

$$I = 3.2 * 10^{-8} \frac{\text{watt}}{m^2 \text{ Hz str}}$$

y la Densidad de Flujo que llega del sol

$$S = \int I * \cos(\theta)\, d\Omega$$

tomamos $\theta=0°$, por lo que $\cos(\theta)=1$. Se integra sobre todo el disco solar que, como vimos antes, abarca un Ángulo Sólido

$$\Omega\text{solar} = 5.98 * 10^{-5} \text{ (str)}$$

Luego

$$S = I * \Omega = 3.2 * 10^{-8} * 5.98 * 10^{-5}$$

$$S = 1.914 * 10^{-12} \frac{\text{watt}}{m^2 \text{ Hz}}$$

Este es el valor de la Densidad de Flujo para
λ = 0.56 micrones.

Ahora estimemos la Densidad de Flujo para el rango de ondas de radio, por ejemplo, λ = 0.50 metros (600 MHz).

Por la simplificación de Rayleigh-Jeans de la misma Ley de Plank para el rango de radiofrecuencias, obtenemos

$$I = 6.62 * 10^{-19} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2 \text{ Hz str}}$$

y la Densidad de Flujo corespondiente es

$$S = I * \Omega = 6.62 * 10^{-19} * 5.98 * 10^{-5}$$

$$S = 3.96 * 10^{-23} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2 \text{ Hz}}$$

muy inferior a la de la zona visible.

Como la unidad usada $\frac{\text{watt}}{\text{m2 Hz}}$ es muy grande comparada con las magnitudes que se miden, se adoptó una unidad de Densidad de Flujo mucho más pequeña que está más acorde con los valores numéricos. La unidad es el Jansky, en honor al pionero de la ciencia radioastronómica

$$\boxed{1 \text{ Jansky} = 1 \text{ Jy} = 10^{-26} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2 \text{ Hz}}}$$

Con esta unidad expresamos la Densidad de Flujo solar

$$S (\lambda=0.56\ \mu) = 1.914 * 10^{14} \text{ Jy}$$

$$S (\lambda=0.5 \text{ m}) = 3.96 * 10^{3} \text{ Jy}$$

Sin embargo, la Densidad de Flujo solar medida en 600MHz oscila alrededor de los 7.5 * 10^5 Jy discrepando ampliamente con el vlor calculado. El significado de este resultado es que la temperatura del sol, medida por su Densidad de Flujo es variable con la frecuencia usada en la medición. La corona solar, transparente en la región visible, es opaca en radio.

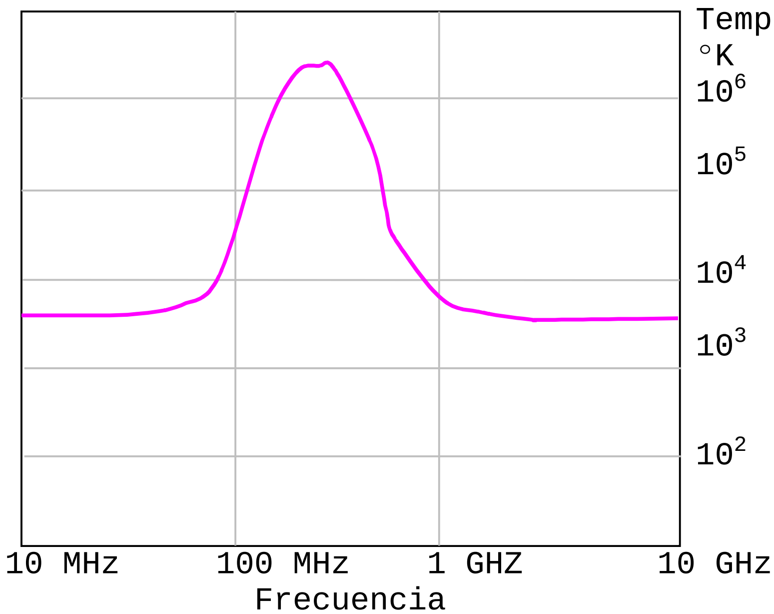


Fig. A1-8 Una representación aproximada del espectro solar, donde se puede notar la influencia de la opacidad de la corona para un determinado rango de frecuencias.

BRILLO DE UN CUERPO NEGRO

Estudiaremos cual es la Intensidad de Radiación medida a una distancia de la superficie de un cuerpo negro.

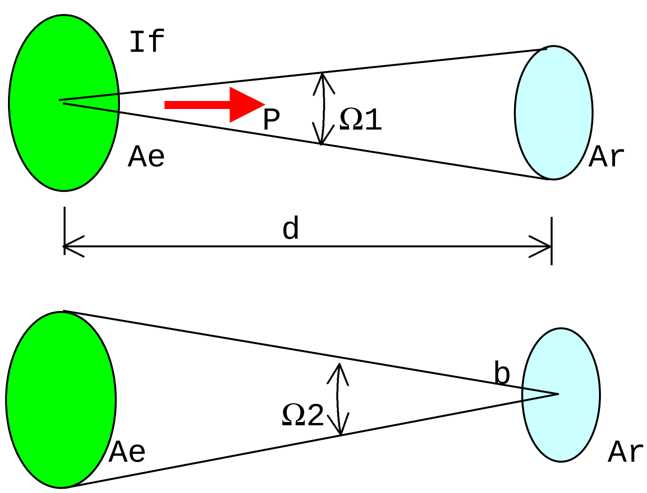


Fig. A1-9 En un experimento, colocamos un área emisora Ae, de un cuerpo negro a una distancia d de un área receptora Ar paralelas entre sí, a fin de medir la IR y el brillo b.

Mediremos la Intensidad de Radiación a una distancia d, usando un área receptora Ar, enfrentada con la emisora Ae.

La potencia (energía por unidad de tiempo) que llega al área receptora es desde el área Ae es

$$Pr = If\ Ae\ \Omega 1$$

pero resulta que $\Omega 1 = \dfrac{Ar}{d^2}$

es el Ángulo Sólido subtendido por Ar visto desde Ae.

Reemplazando

$$Pr = \frac{If\ Ar\ Ae}{d^2} = If\ Ar\ \Omega 2$$

y la Densidad de Flujo recibida en Ar

$$S = \frac{Pr}{Ar} = If\ \Omega 2$$

Entonces la Intensidad de Radiación percibida por Ar (el brillo) será

$$\boxed{b = \frac{S}{\Omega 2} = If}$$

Esto significa que el brillo percibido desde un emisor de área extendida es independientea la distancia a ella.

TEMPERATURA DE BRILLO

La Emisividad (Intensidad de Radiación) de la superficie de un cuerpo negro es

$$If = \frac{2\ k\ T}{\lambda^2} \quad \text{(simplificación de Rayleigh-Jeans)}$$

donde k: Const. de Boltzmann ($1.38*10^{-23}$ joule/°K)

Además el brillo con que se lo percibe es el mismo valor, como vimos antes.

Esta ecuación nos permite medir la temperatura de una fuente extendida, solamente midiendo el valor de la Intensidad de Radiación que nos llega de ella. La temperatura así calculada se llama Temperatura de Brillo de una fuente, y es la temperatura que debería tener un cuerpo negro para emitir la Intensidad de Radiación (b) medida.

$$Tb = \frac{b\,\lambda^2}{2\,k} \quad \text{(2 polarizaciones)}$$

Pero, si midiéramos el b con un radiómetro provisto de una antena, solo podríamos capturar la potencia correspondiente a una sola polarización de las ondas que arriban. Esto implica que solo podremos capturar la mitad de la potencia total. Por lo tanto, el valor de la Temperatura de Brillo basada en una medición real de b, será

$$\boxed{Tb = \frac{b\,\lambda^2}{k}}$$

AREA EFECTIVA

Por un lado definimos un Radiador Isotrópico a un dispositivo que puede irradiar al espacio toda la energía que entra en él desde un generador uniformemente para todas las direcciones. El sol puede ser considerado un radiador isotrópico.

Por otro lado, una resistencia cualquiera, a una temperatura absoluta T mayor a 0° es un generador de ruido blanco, que puede transmitir esa potencia a un circuito al que esté conectada.

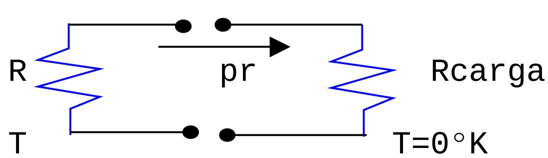


Fig. A1-10

En el caso dibujado, la resistencia que hace de carga para la que genera el ruido, está a 0°Kelvin (no produce ruido). Si el valor de la resistencia de carga es el mismo que el de la emisora de ruido (existe adaptación de impedancias), la transferencia de potencia será máxima, y será de valor

$$pr = k\ T \qquad \text{(Nyquist)}$$

donde pr: potencia de ruido por unidad de frecuencia (watt/Hz)
k: Constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23}$ joule/°K)
T: temperatura absoluta de R (°K)
independiente del valor óhmico de la resistencia

El descubrimiento de este fenómeno fué realizado por Nyquist y estableció que el espectro de esta potencia es plano (independiente de la frecuencia), por lo menos dentro del rango de frecuencias de nuestro interés.

Combinando las propiedades de emisión del Radiador Isotrópico con las generadoras de potencia de una resistencia a temperatura Tr, podemos conectarlos y hacer que se establezca un equilibrio termodinámico entre la emisión de la potencia generada por la resistencia desde el Radiador al espacio, y la recibida por el Radiador desde el espacio, que tiene una temperatura de brillo Te.

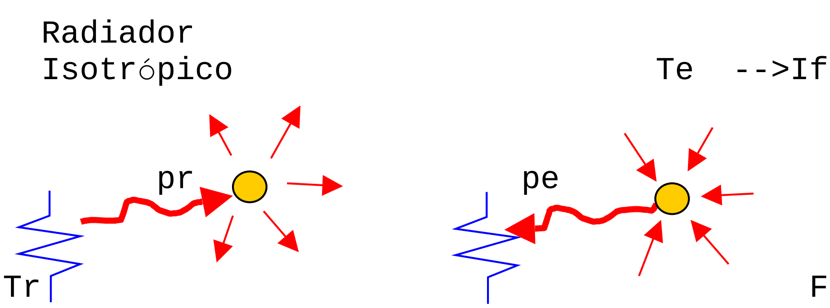


Fig. A1-11

A la izquierda vemos la emisión de potencia desde la resistencia al espacio. A la derecha, el Radiador captura potencia desde el espacio debido a su Intensidad de Radiación

Emisión $\quad pr = k\ T$

Recepción $\quad pe = Ai\ If\ \Omega e$

donde Ai: Área efectiva del Radiador Isotrópico (m2)
pr: pot. de ruido irradiada por el Rad. Isotr. (watt/Hz)
pe: pot. capturada por el Rad. Isotr. (watt/Hz)

If: Intensidd de Radiación (brillo) del espacio ($\frac{\text{watt}}{\text{m2 Hz str}}$)

El Ángulo Sólido del espacio es $\Omega e = 4\pi$

pero el brillo del espacio es

$$b = If = \frac{k\ Te}{\lambda^2}$$

Igualando las potencias por estar en equilibrio termodinámico

$$k\ Tr = Ai\ \frac{k\ Te}{\lambda^2}\ \Omega e \quad \text{con } Te = Tr$$

resultando

$$\boxed{Ai = \frac{\lambda^2}{4\pi}}$$

Área Efectiva de un Radiador Isotrópico

Esta Área Efectiva es el valor que se toma como referencia para comparar las Áreas Efectivas de otras antenas.

Área efectiva de una antena

El Área Efectiva de una antena cualquiera resulta ser el producto del Área Efectiva de un radiador Isotrópico por la ganancia de la antena.

$$Aef = Ai\ g = \frac{\lambda^2}{4\pi}\ g$$

TEMPERATURA DE ANTENA

Es costumbre determinar la potencia en términos de temperatura absoluta (grados Kelvin). Esto sale de la fórmulla de Nyquist vista anteriormente relacionada a la potencia, por unidad de frecuencia, de ruido generada por una resistencia adaptada.

Supongamos tener una antena de la que conocemos su diagrama de radiación.

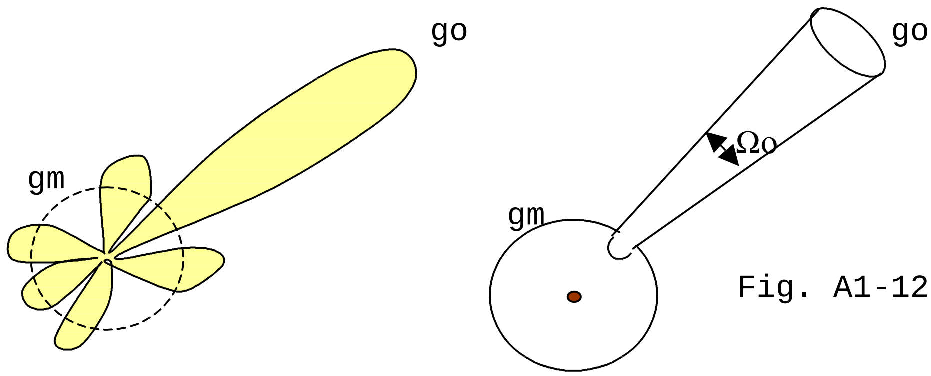


Fig. A1-12

En el diagrama real de la izquierda podemos estimar cual es la ganancia media gm de los lóbulos laterales. Si la antena actúa como emisora el valor de gm dará una idea de la potencia que se desperdiciará en direcciones no deseadas. La ganancia máxima go corresponde al lóbulo principal de Ángulo Sólido Ωo.

En el gráfico derecho se muestra una simplificación del diagrama de radiación que nos permite estimar su performance.

Se debe tener en cuenta que existe una relación que liga la ganancia con el ancho del haz (Ángulo Sólido del lóbulo principal)

$$\oint g \, d\Omega = 4\pi$$

El símbolo integral significa que el Ángulo Sólido se integra sobre toda la esfera.

Llevada al diagrama simplificado significa

$$go\ \Omega o + gm\ (4\pi - \Omega o) = 4\pi$$

el valor de gm para un reflector parabólico es aproximadamente gm=0.5, de modo que para valores de go >>1 será

$$go = \frac{2\pi}{\Omega o} \text{ (strad)}$$

Esto último es muy valioso para conocer rápidamente la ganancia máxima en función del ancho del haz (o viceversa) de una antena.

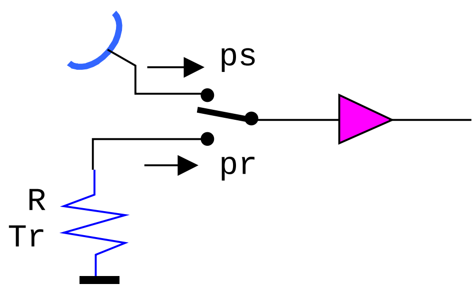


Fig. A1-13 Un conmutador conecta alternativamente la antena y la resistencia ruidosa (Nyquist). La resistencia está adaptada a la impedancia de entrada del amplificador.

Cuando el conmutador está conectando la antena, en el amplificador entra una potencia de señal ps (watt/Hz). Con el conmutador abajo, entra la potencia de ruido pr desde la resistencia. Si se varía la temperatura de la resistencia para igualar la señal que viene de la antena, se tendrá

$$pr = k\ Tr$$

y la potencia de señal desde el cielo

$$ps = \oint I\ Aef\ d\Omega + \Sigma\ S\ Aef = \oint I\ g\ Ai\ d\Omega + \Sigma\ S\ g\ Ai$$

El primer término incluye las fuentes extendidas caracterizadas por su Intensidad de Radiación (I), y el segundo toma en cuenta las fuentes puntuales con su Densidad de Flujo que las caracteriza (S).

$$ps = \oint \frac{k\ Tf}{\lambda^2}\ g\ \frac{\lambda^2}{4\pi}\ d\Omega + \Sigma\ S\ g\ Ai$$

donde Tf: Temperatura de brillo de las fuentes estend.(°K)
S: Dens. de Flujo de las radiofuentes puntuales ($watt/Hz/m^2$)

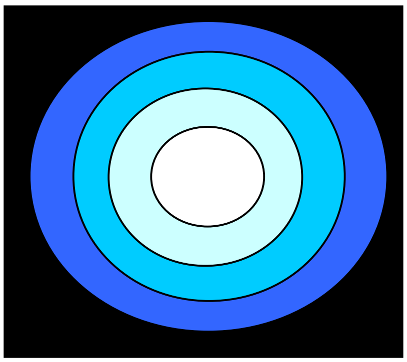
Igualando esta potencia a la potencia desde la resistencia

$$k\,Tr = \oint \frac{k\,Tf}{\lambda^2}\; g\; \frac{\lambda^2}{4\pi}\; d\Omega + \sum S\, g\, Ai$$

A la temperatura Tr a la que se debe someter a la resistencia para que su potencia iguale a la proveniente de la antena, se le llama Temperatura de Antena (Ta).

$$\boxed{Ta = \oint \frac{Tf\ g}{4\pi}\; d\Omega + \sum \frac{S\ \ g}{k}\; Ai}$$

La evaluación del primer término correspondiente a fuentes distribuidas implica dos aspectos. Uno es el que tiene en cuenta la señal no deseada que, de todos modos, entra por la antena por los lóbulos laterales, como la proveniente del piso a 300°Kelvin. El suelo abarca un Ángulo Sólido de 2π str y proporciona un valor elevado a la Temperatura de Antena. El otro aspecto tiene en cuenta la evaluación de la contribución a la Ta desde las radiofuentes extendidas.



A1-14 La Temperatura de Antena será el indicador de toda la potencia que entra en la antena. En el gráfico, una fuente extendida entra su potencia en la antena por su lóbulo principal (cículos graduales). La Temperatura de Antena responderá a la integración de toda el área.