2. Parametros de las estrellas y sus medidas

2.1. Masas de las estrellas

masas derivan de la analisis de las estrellas binarias!

(siempre)

varios tipos morfologicos de sistemas binarias:

---binarias visuales,

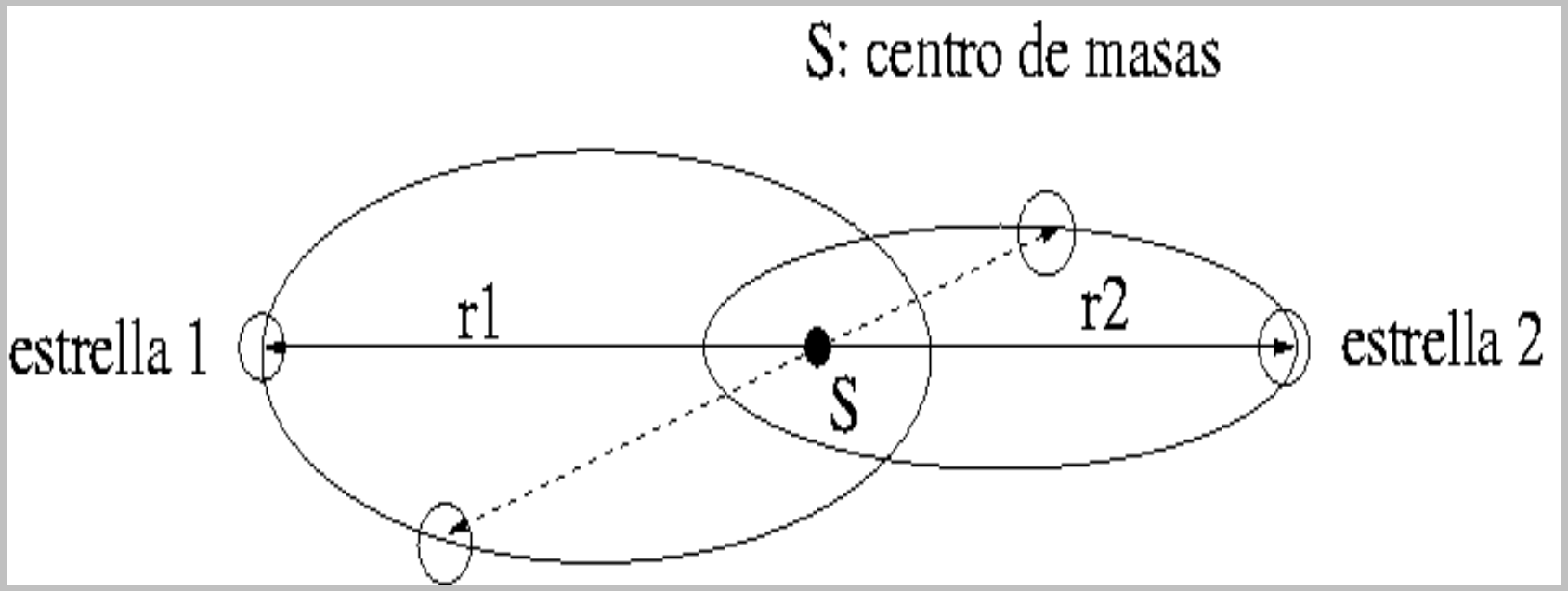
---binarias eclipsantes,

---binarias espectroscopicas

binarias visuales

significa, que dos componentes son visibles y las orbitas son medibles astrometricamente, cada estrella gira alrededor del centro de masas

mecanica clasica --> M1*r1 = M2*r2 (siendo M1,M2 las masas)



equilibrio entre fuerzas gravitatorias y fuerzas centripetas para orbitas circulares

$$\frac{G\,M1\,M2}{(r1+r2)^2} = M1\,\omega_1^2\,r1 = M2\,\omega_2^2\,r2$$

para quedarse en fase: $\omega_1 = \omega_2 = \omega$

se tiene $$\frac{G}{4\pi^2}\frac{M2}{r1}\frac{1}{(r1+r2)^2} = \frac{1}{P^2}$$ con $$\omega = \frac{2\pi}{P}$$

con $$M1 = \frac{M2\,r2}{r1}$$ --> $$M1 + M2 = \frac{M2}{r1}(r2+r1)$$

finalmente $$M1 + M2 = \frac{(r1 + r2)^3}{P^2} \frac{4\pi^2}{G}$$

3. ley de Kepler

valido tambien para orbitas elipticas: r1,r2 --> a1,a2 los semiejes majores

con a1+a2 y P conocidos --> 1 ecuacion para M1,M2 !

pero medimos solo distancias angulares $\alpha 1$, $\alpha 2$ en lugar de a1,a2

para obtener a1,a2 [cm] <-- distancia!

$$a = d*\alpha$$

no importa para el cuociente M1/M2:

$$\frac{M1}{M2} = \frac{a1}{a2} = \frac{d\,\alpha_1}{d\,\alpha_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

2. ecuacion para M1,M2

una posibilidad: solo binarias con paralajes conocidos

otra dificultad: plano de la orbita no perpendicular a la linea de vista --> elipse proyectada no tiene el centro de las masas en su foco --> correccion posible

pero generalmente
(i: angulo de inclinacion, α_{obs} observada)

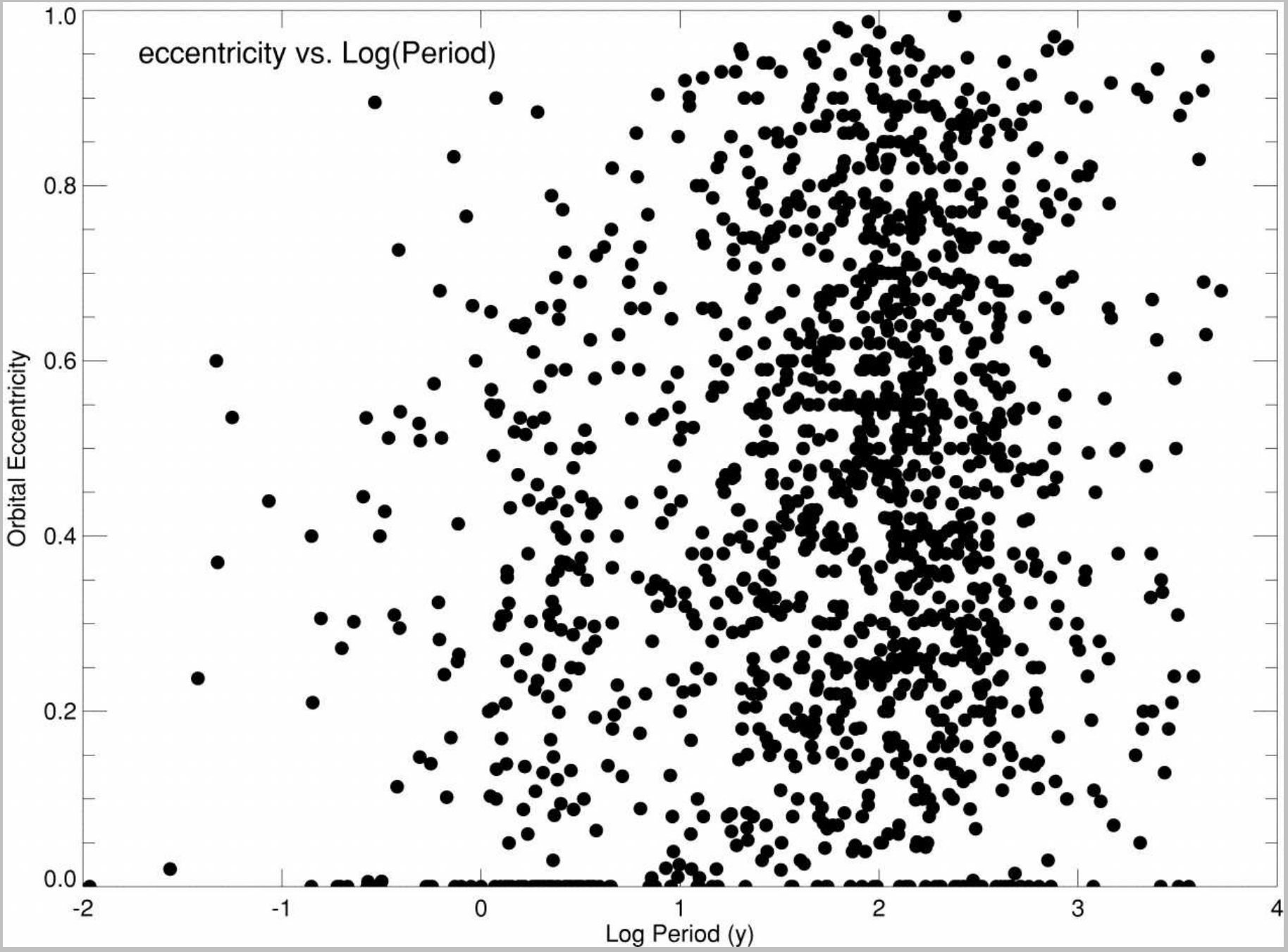
$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2}{G}\frac{(\alpha d)^3}{P^2} = \frac{4\pi^2}{G}\left(\frac{d}{\cos(i)}\right)^3 \frac{\alpha_{obs}^3}{P^2}$$

al revez: inclinacion no importa para el cuociente M1/M2

despejar al la distancia, y estimar M1+M2

calcular la distancia="distancia dinamica", ventaja?

Distribucion de periodos y elipticidades de binarias medidas



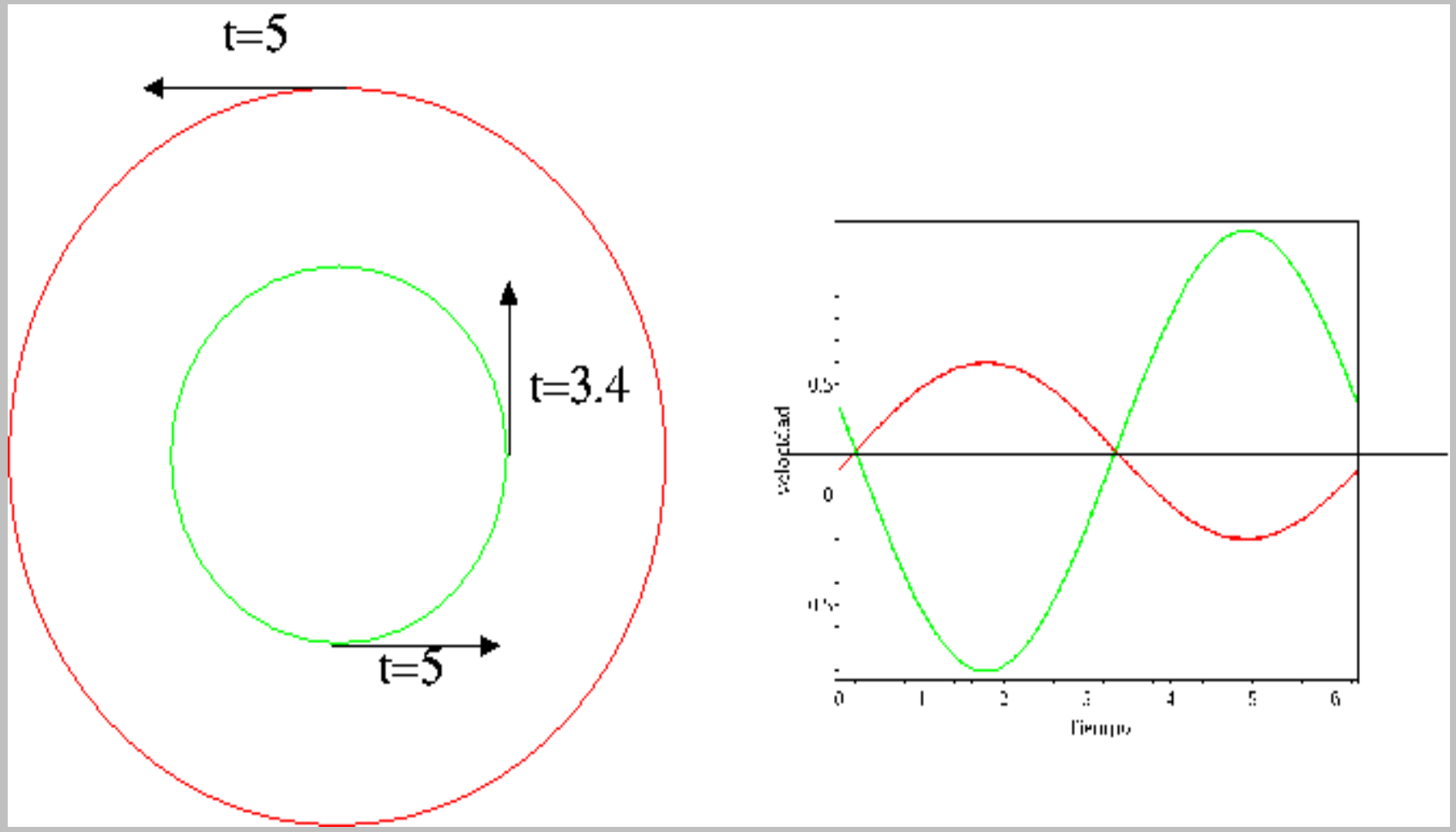
binarias espectroscopicos

sistemas binarias los que no se puede separar visualmente, su binaridad se vuelve visible por oscilacion de sus velocidades radiales para el cuociente de las velocidades orbitales:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{v_2 / sen(i)}{v_1 / sen(i)} = \frac{v_{2,r}}{v_{1,r}}$$

siendo i el angulo de inclinacion y $v_{1,r}$ y $v_{2,r}$ las velocidades radiales

OBS.



como en el caso de binarias visuales, inclinacion necesario para determinar la suma de las masas:

$$M_1 + M_2 = \frac{P}{2\pi G} \frac{(v_{1,r} + v_{2,r})^3}{sen^3(i)}$$

si las curvas de velocidades radiales son medibles

---> eccentricidad por

$$\frac{v_{1,r}}{v_{2,r}} = \frac{a1}{a2} = \frac{M2}{M1}$$

en caso de binarias visuales: --> inclinacion

frecuentamente: solo **una** curva es medible ("single-line binary")

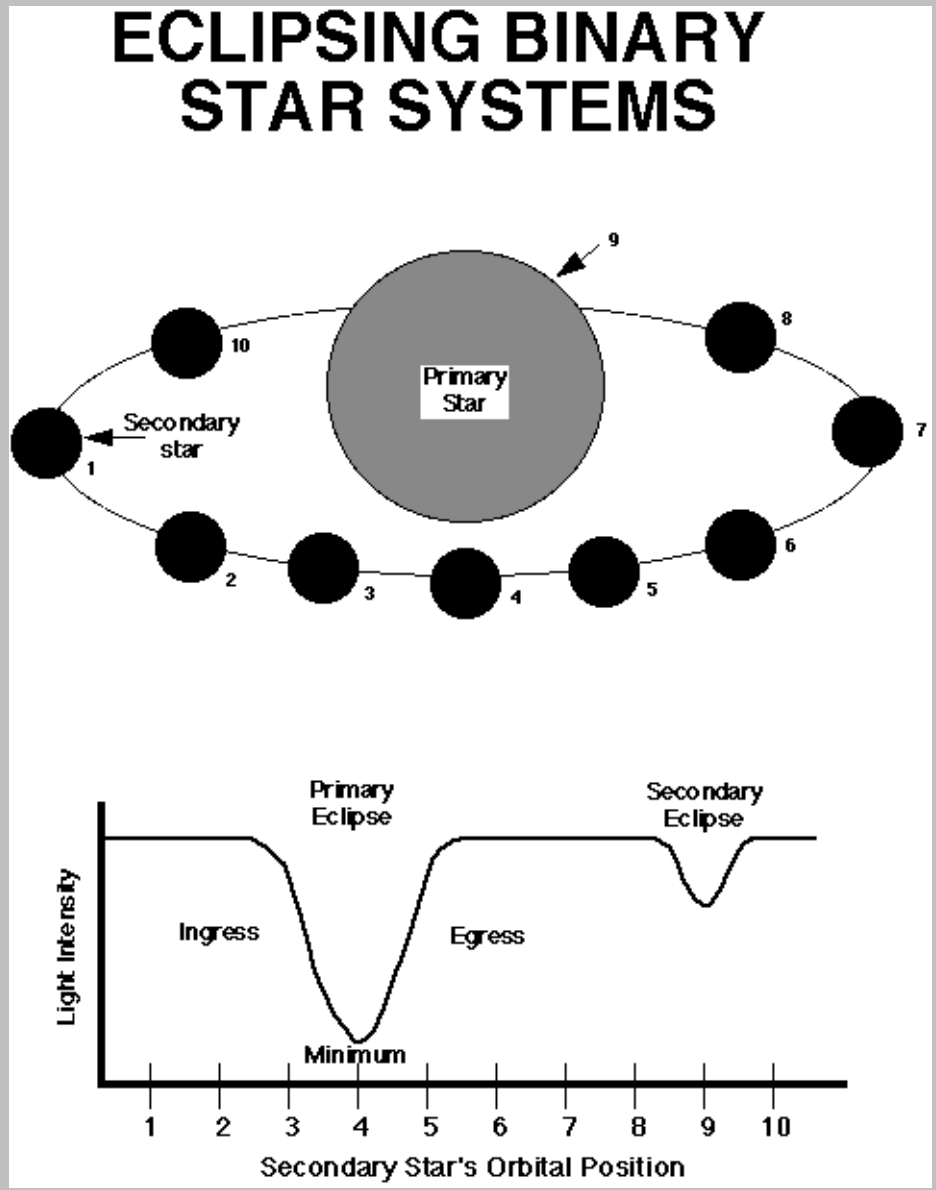
reemplazar $v_{2,r}$ por las masas y obtener (prueba?)

$$\frac{M_2^3}{(M_1+M_2)^2} sen^3(i) = \frac{P}{2\pi G} v_{1,r}^3$$

en este caso solo resultados estatisticos son posibles

binarias eclipsantes

binarias de periodos cortos cuyos planos orbitales estan en la linea de vista (i = 90°) --> eclipses

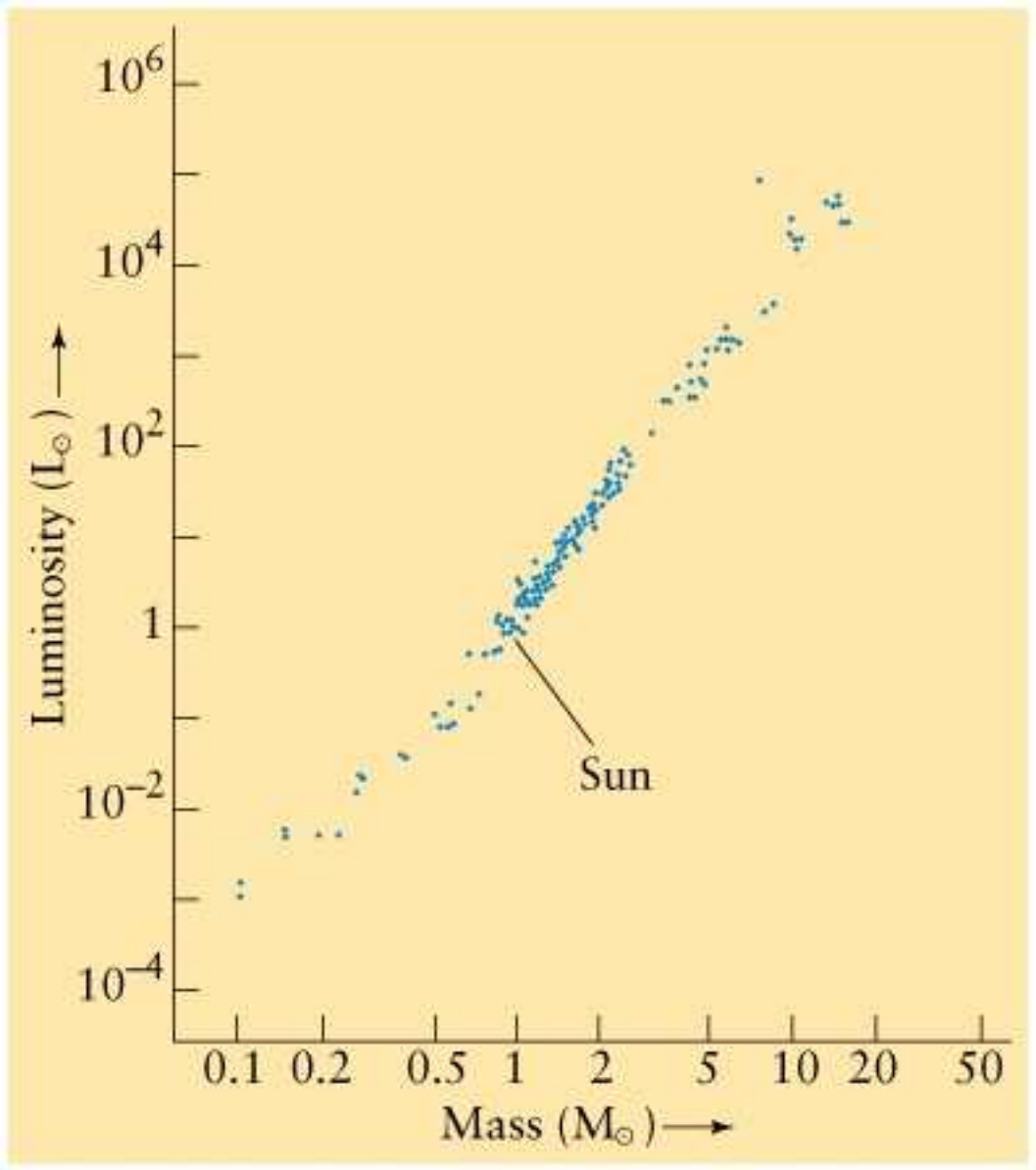


estrella mas brillante --> primaria
estrella menos brillante -->secundaria

primaria cubre secundaria
---> eclipse secundaria
secundaria cubre primaria
---> eclipse primaria
junto con velocidades radiales
--> masas
radios (como?)

la relacion masa-luminosidad

estrellas de la secuencia principal(!) muestran una relacion masa- luminosidad



L no es proporcional a M, sino

$$L = cte. \cdot M^p$$

con p approx. 3.5

cte. depende de la composicion quimica

estrellas con menos metales son mas brillantes

estrellas con mas metales son menos brillantes

"metales" todos los elementos mas pesado que helio

explicacion por teoria de estructura de estrellas

con L conocida, se puede estimar(!) las masas de muchas estrellas

incerteza: distancia! --> importante: cumulos estelares

--> todas las estrellas tienen la misma distancia

--> diferencia en luminosidad en la secuencia principal

= diferencia en mas

resultado: hay "funcion de masa estelar" universal!

trabajo clasico de Salpeter (1955):

$$N \sim m^p \, dm \qquad \text{con } p = -2.3$$

(siendo N el numero de estrellas en el intervalo m+dm)

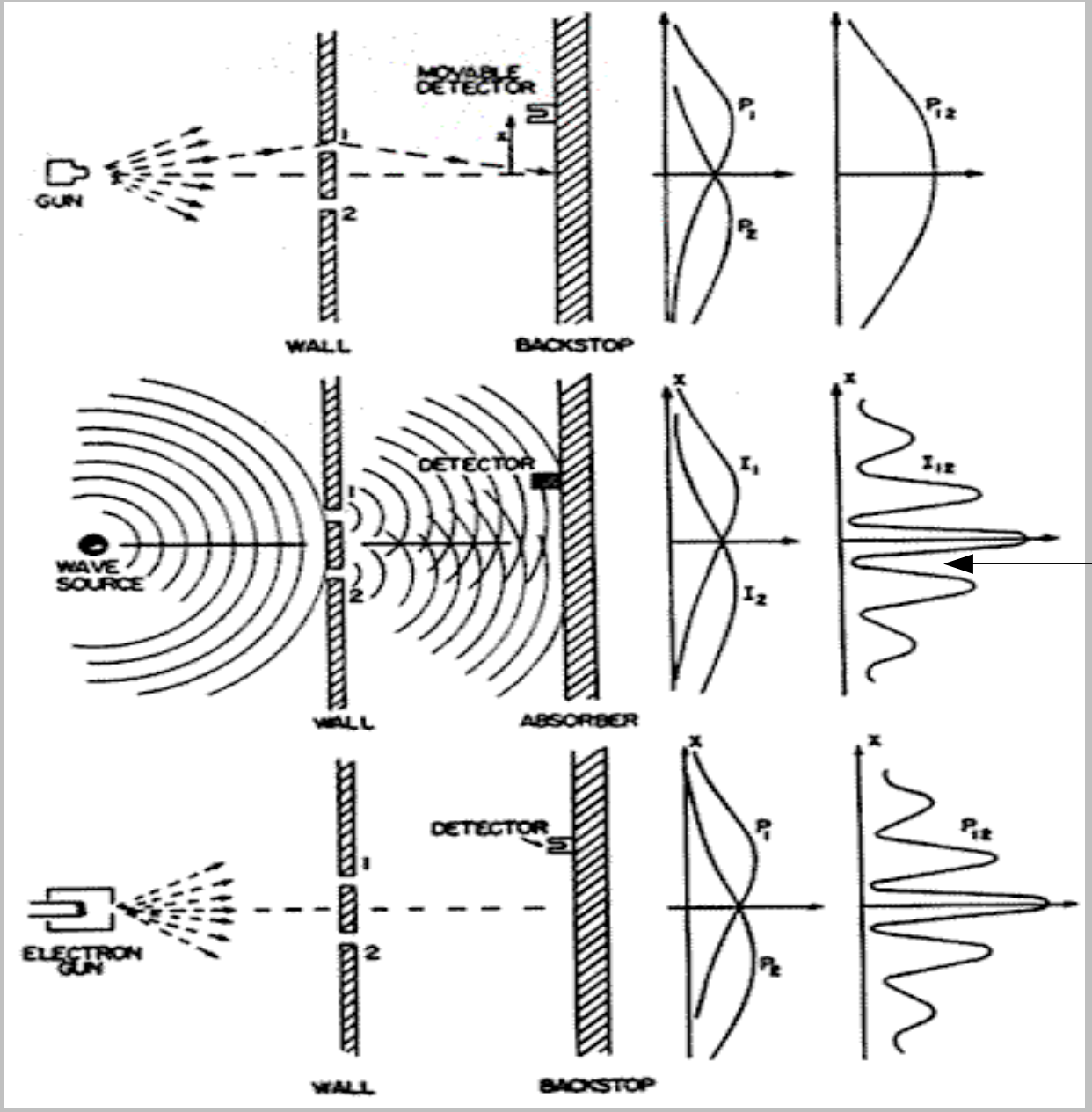
hoy dia: p = p(m), pero todavia bastante universal

porque ????

2.2. Los radios de estrellas

hechos basicos de interferencia: amplificacion y destruccion de ondas

detector movible



balas

maximo

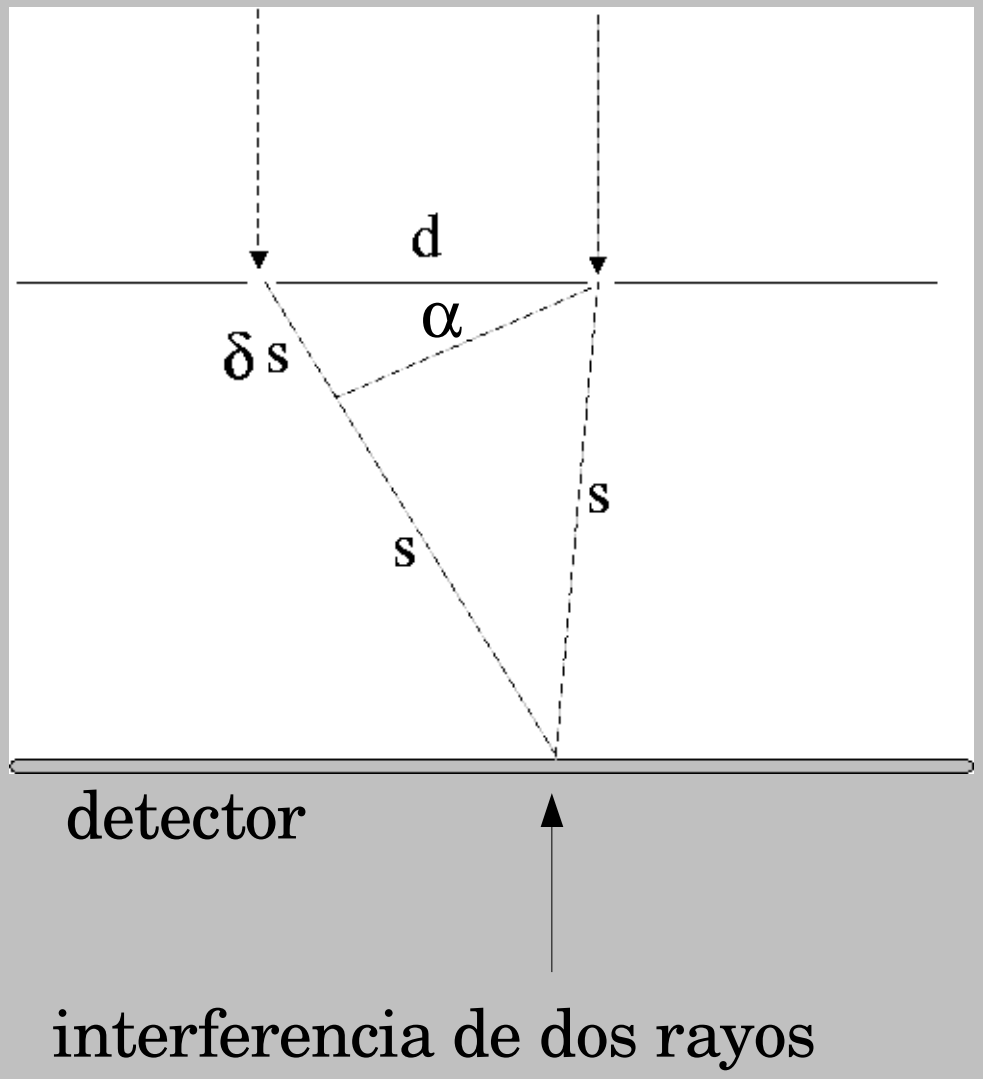
ondas

minimo

electrones son ondas !

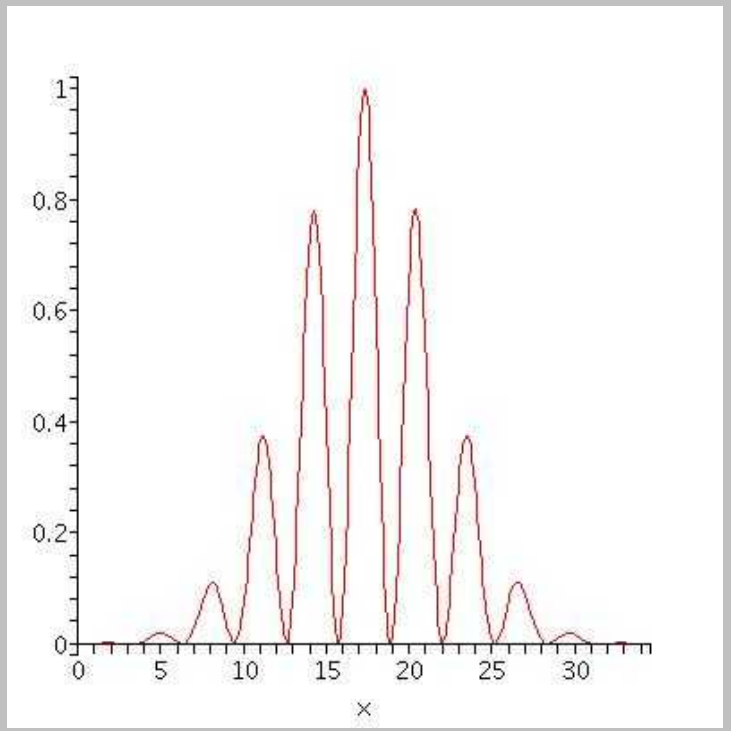
amplificacion: diferencia de fases 2π (una longitud de onda)
destruccion: diferencia de fase π (media longitud de onda)
diferencia de fase de **luz coherente** en el dibujo:

$$\delta s = d \cdot \sin(\alpha) \approx d \cdot \alpha$$

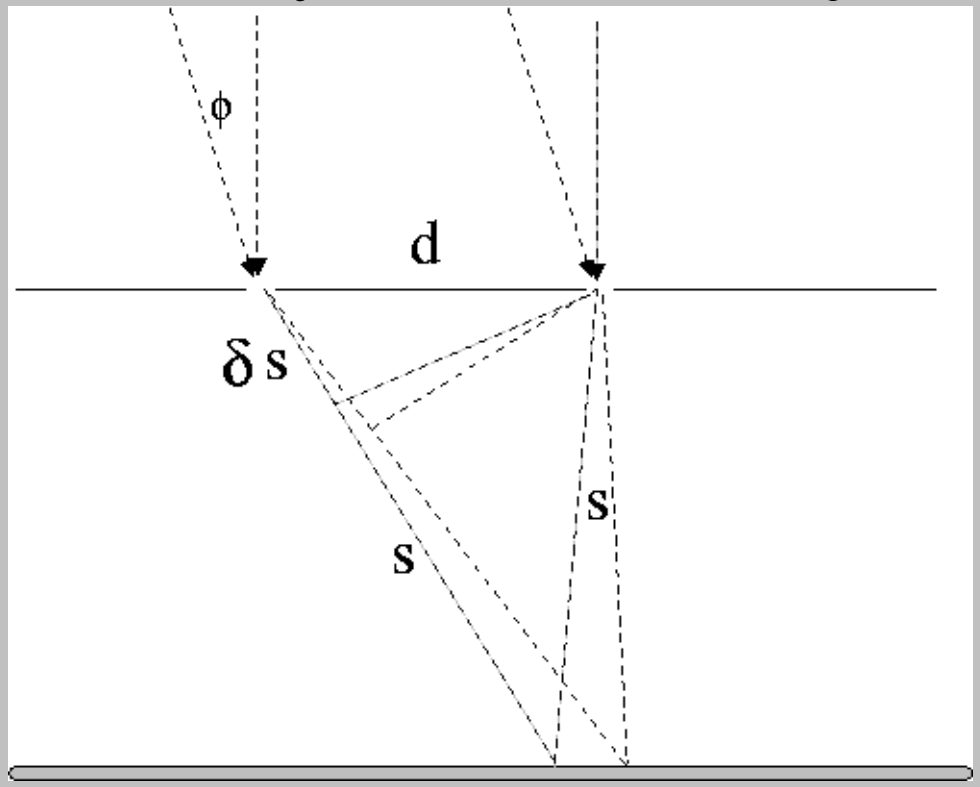


maximo, si $\delta s = \lambda$
minimo, si $\delta s = \lambda/2$

luz coherente: monocromatico
incialmente la misma fase

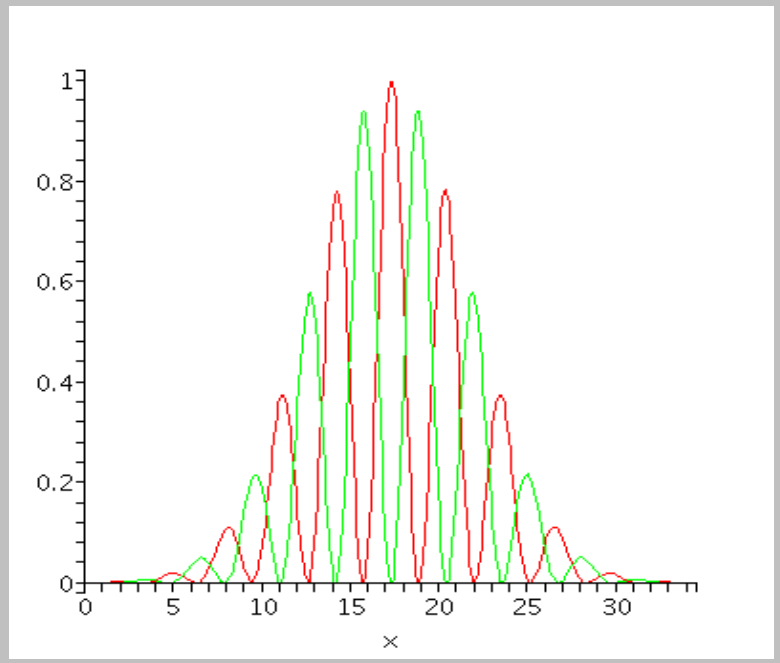


secundo rayo (onda) entra bajo angulo Φ

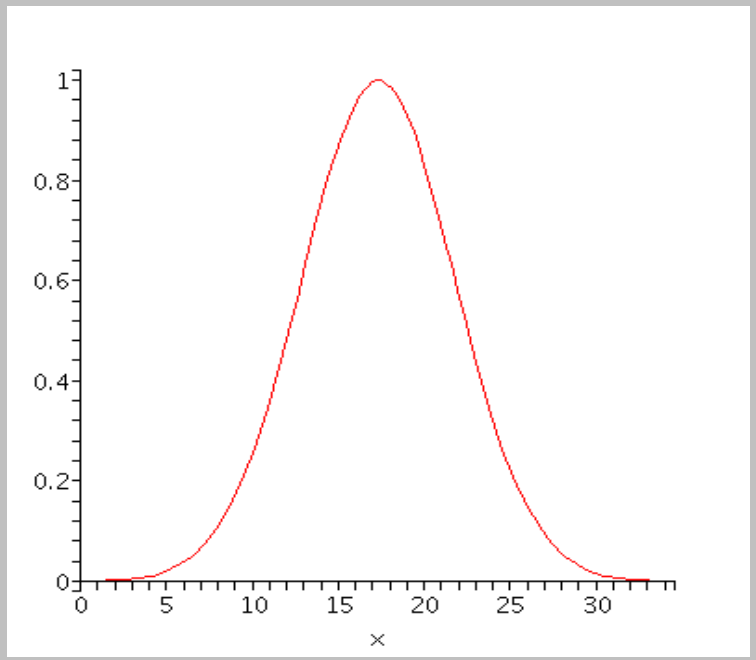


$$\delta s1 = d * \alpha$$
$$\delta s2 = d * (\alpha + \phi)$$
$$\delta s2 - \delta s1 = d * \phi$$

si $\delta s2 - \delta s1 = \lambda/2$



observado



--> hay un angulo ϕ bajo el cual el patron de interferencia desaparece

--> variacion de $\delta s1-\delta s2$ --> **determinacion de ϕ** !

como $\delta s1-\delta s2 = d*\phi$ variacion de ϕ posible por variacion de d (linea de base) o por elementos opticos

cuando d grande --> ϕ pequeño

--> interferometros con d grande favorables para medir angulos

en realidad, estrellas son discos y las franjas de interferencia complicadas

requirido: precesion y estabilidad mecanica del camino optico ($\lambda/10$)

--> interferometria en rango radio mucho mas facil!

ejemplo: interferometria con el Very Large Telecope en Cerro Paranal

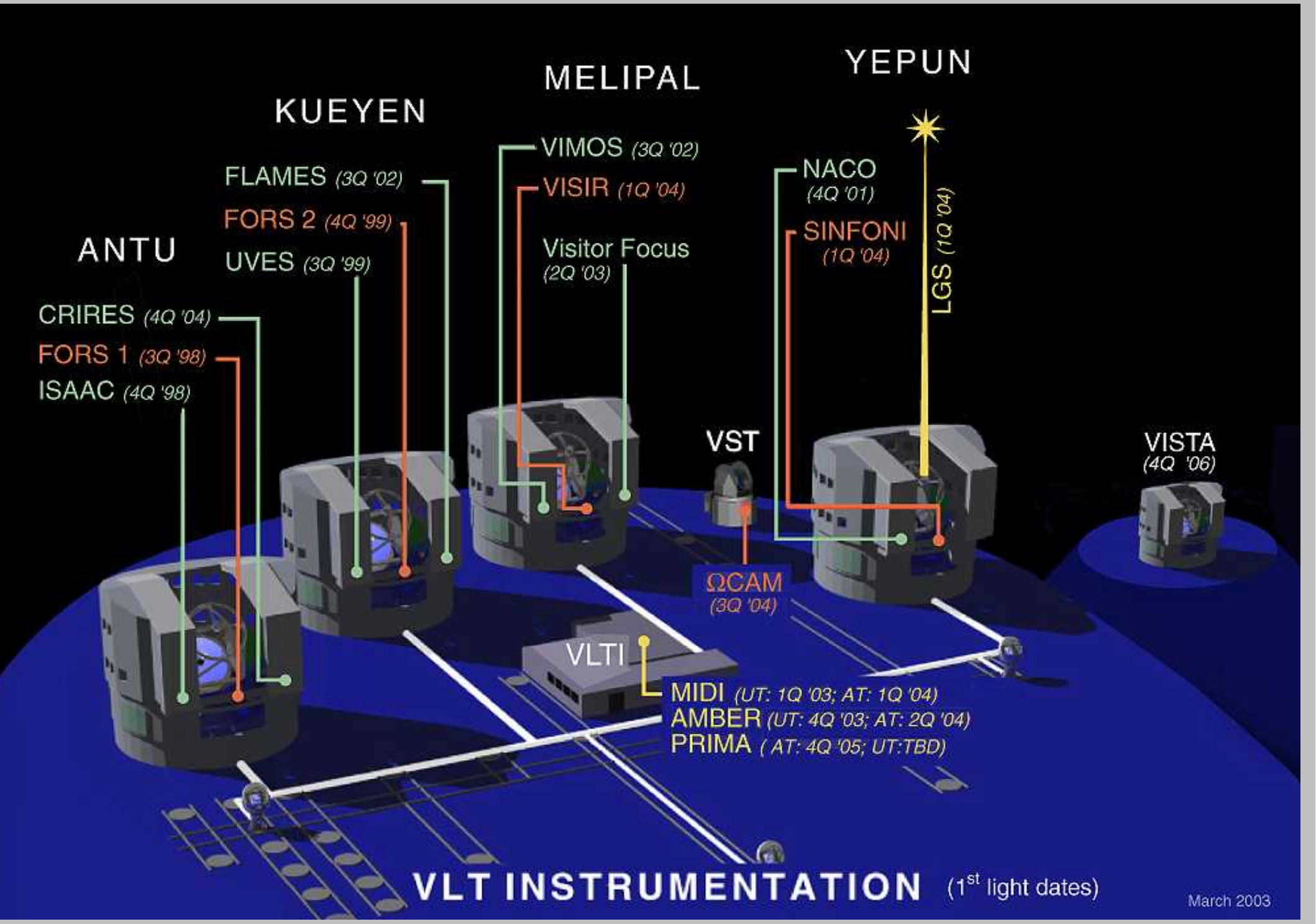
trabaja en infrarojo (10 μm)

VLTI (Very Large Telescope Interferometer)

instrumento MIDI (mid-infrared interferometer)

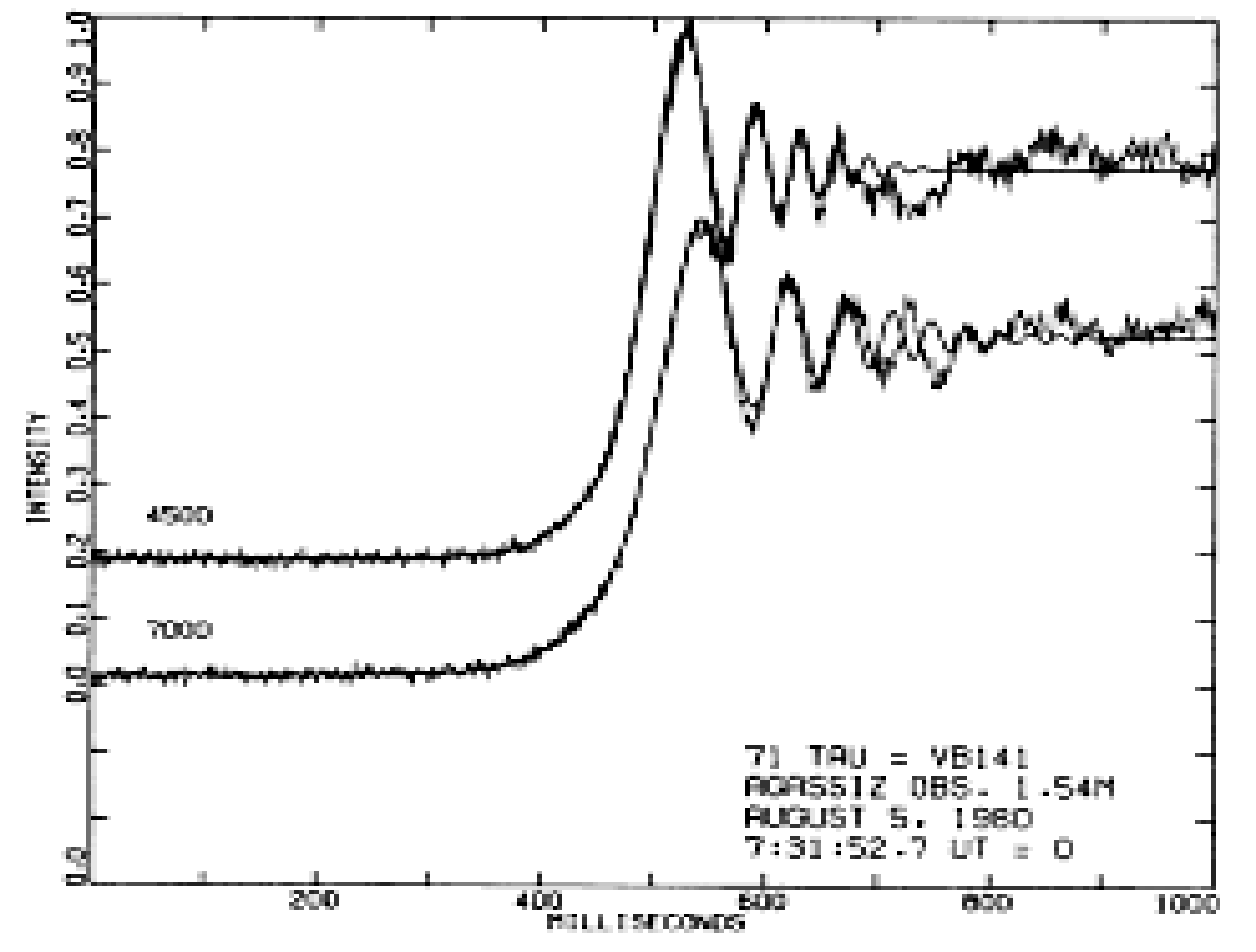
lineas de base: 47m -130m

resolucion = 10 μm/130m = 4.8 10^(-6) ['']


ANTU
CRIRES (4Q '04)
FORS 1 (3Q '98)
ISAAC (4Q '98)
KUEYEN
FLAMES (3Q '02)
FORS 2 (4Q '99)
UVES (3Q '99)
MELIPAL
VIMOS (3Q '02)
VISIR (1Q '04)
Visitor Focus
(2Q '03)
YEPUN
NACO
(4Q '01)
SINFONI
(1Q '04)
LGS (1Q '04)
VST
ΩCAM
(3Q '04)
VISTA
(4Q '06)
VLTI
MIDI (UT: 1Q '03; AT: 1Q '04)
AMBER (UT: 4Q '03; AT: 2Q '04)
PRIMA (AT: 4Q '05; UT:TBD)
VLT INSTRUMENTATION (1st light dates)
March 2003

ocultaciones lunares

la luna se oculta varias estrellas brillantes. difraccion en el borde (no tiene atmosfera) se crea un patron de difraccion (duracion 500 msec) la amplitud depende del diametro de la estrella



algunos diametros estelares (en mas) (Astron.J. 126, 2502)

α Bootis (Arkturus)	21.4 ± 0.2
α Tauri (Aldebaran)	21.1 ± 0.2
α Aquarii	3.2 ± 0.06

diametros angulares estelares fundamental para la determinacion de la temperatura efectiva

2.3. Temperaturas estelares

temperaturas estelares ---> temperaturas superficiales

recordatio: **temperatura efectiva** = temperatura de un cuerpo negro de misma luminosidad

$$L = 4\pi\sigma R^2 T_{eff}^4 \qquad \text{y} \qquad f = \frac{L}{4\pi r^2}$$

entonces $$f = \sigma\left(\frac{R}{r}\right)^2 T_{eff}^4 = \sigma\theta^2 T_{eff}^4 = F_{area}\,\theta^2$$

siendo θ el radio angular, f el flujo fuera de la atmosfera terrestrial, F_{area} el flujo por area en la superficie estelar

si f medido (no es trivial, porque se refiere a todas las longitudes de ondas) y θ medido ---> T_{eff} determinado

pero: θ disponible solo para algunas estrellas cercanas y/o estrellas con gran θ (gigantes rojos)

se nececita metodos indirectos calibrados por medidas directas de θ

log F_{area} deberia tener relacion con p.e. B-V, pero estrellas no son cuerpos negros exactos:

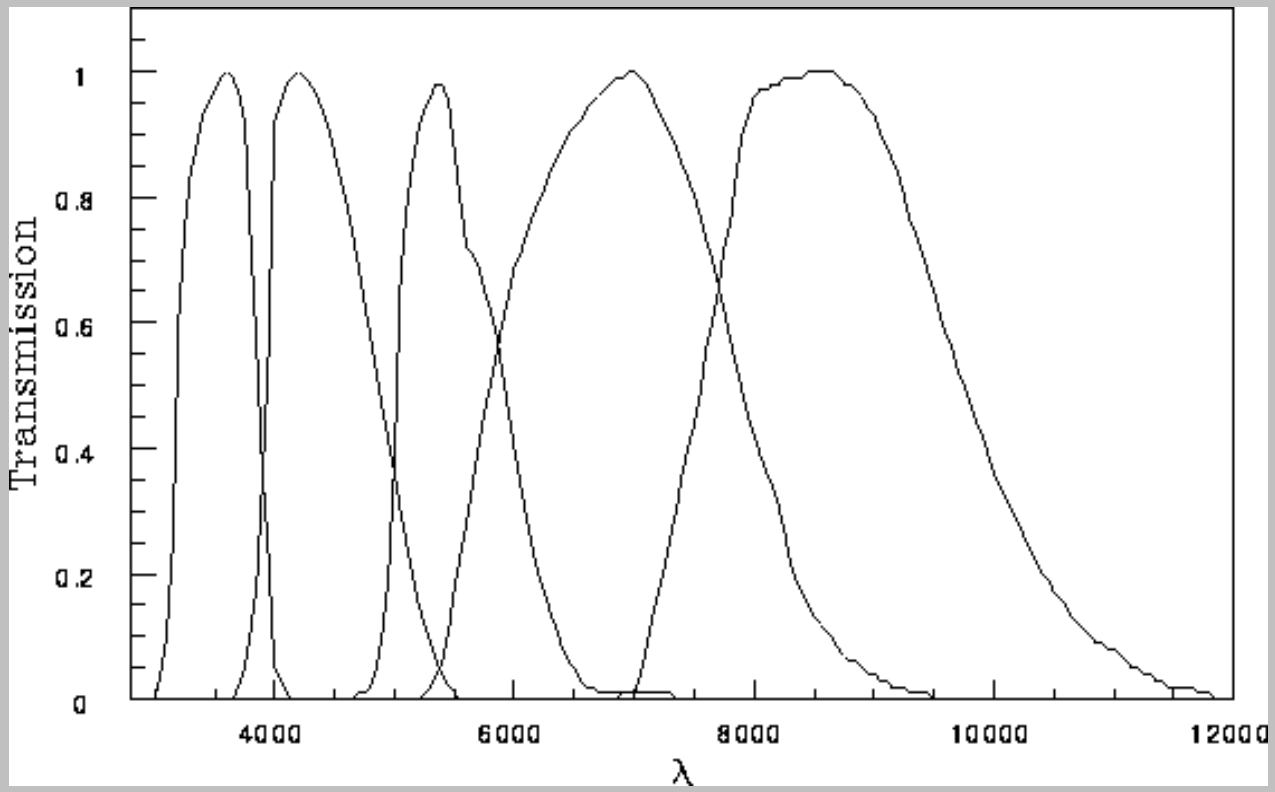
deviaciones mas grande en el ultravioleto (porque?)

--> util de extender el sistema U B V al rojo y infrarojo

extension: U B V R I J H K

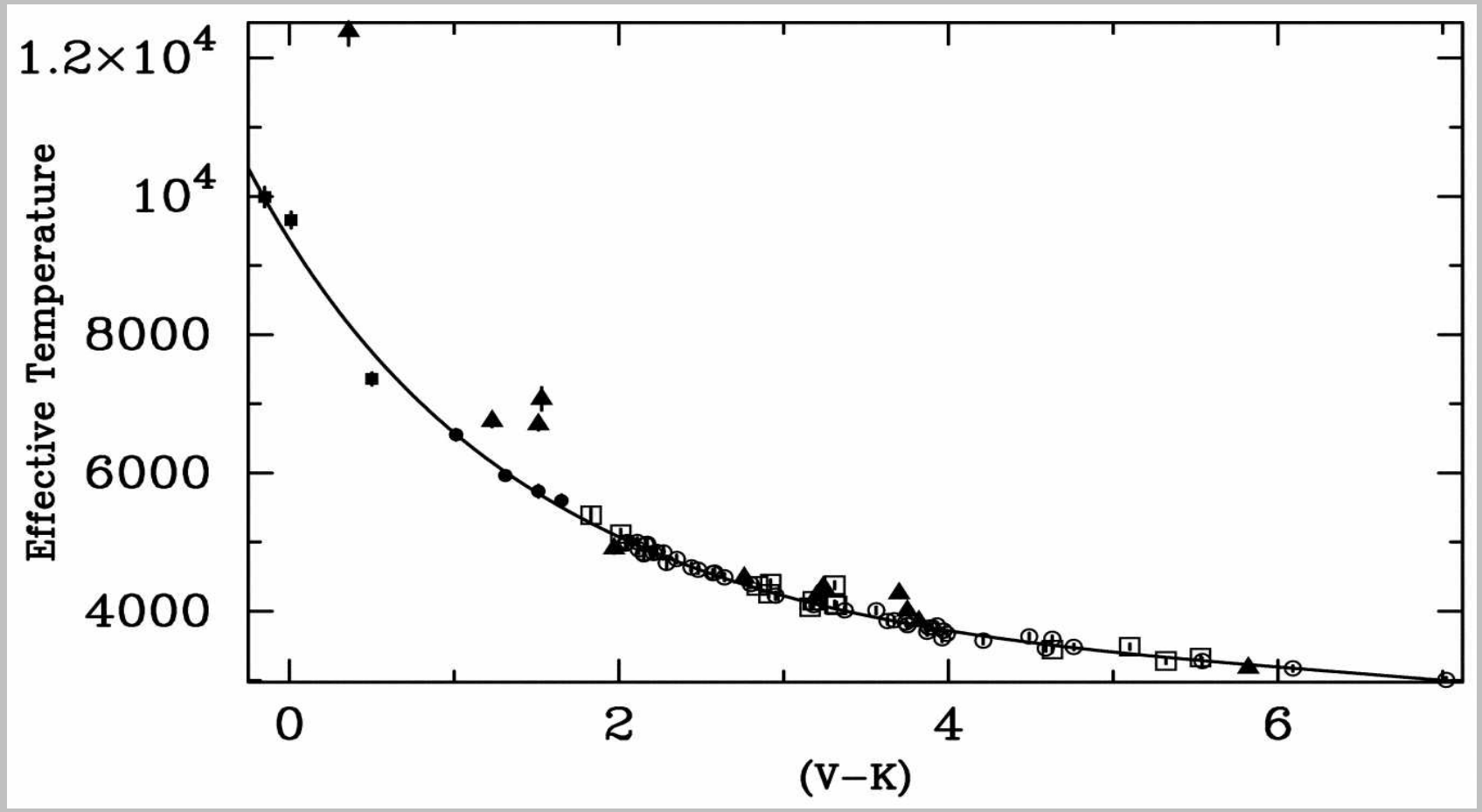
longitudes de ondas centrales:

R: 6850 Å I: 8640 Å J: 1.20 μm H: 1.62 μm K:2.20 μm



http://obswww.unige.ch/gcpd/filters/fil08.html

calibracion de relacion entre V-K y T_{eff} por radios angulares medidas modernas: Mozurkewich et al. 2003, AJ, 126, 2502



precision: 50 K para V-K > 0

estrellas desviantes : supergigantes

hasta ahora: temperaturas derivadas de la radiacion continua, pero temperaturas tambien se deriva de lineas (varios conceptos)

temperatura termica:

solo ondas de extension infinita tienen solo una frecuencia

lineas espectrales tienen "ancho natural" (lineas no son funciones δ)

electrodinamica clasica: dipolo --> oscilacion amortiguada

--> espectro de frecuencias (no solo una)

para electrones: constante de amortiguacion $1/\tau \approx 10^{(8)}\ s^{(-1)}$

(aprendemos $\tau = 10^{(-8)}$ s como duracion de la emision, extension 3m)

--> ancho de una linea (rango optico) $\Delta\lambda \approx 10^{(-4)}$ Å

(ancho = ancho en medio maximo)

mecanica cuantica: $\Delta E = \hbar / \Delta t$, siendo Δt la duracion de un evento

y ΔE el incertitumbre de la energia

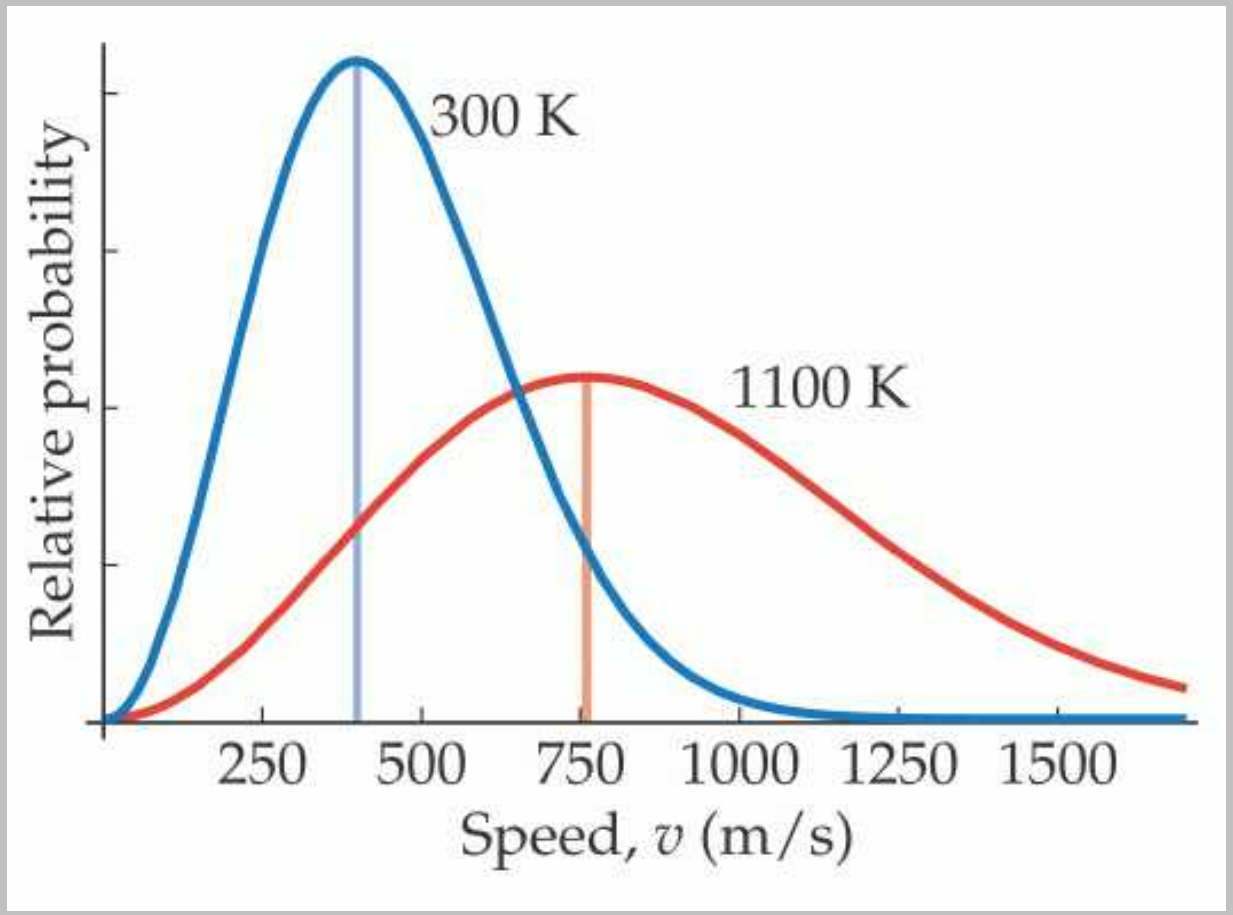
--> tambien $\Delta\lambda \approx 10^{(-4)}$ Å

pero: solo atomos aislados (y nucleos en rayos gamma) emiten lineas con este anchos

en una atmosfera estelar: ensanchamiento por colisiones y por movimiento termico

distribucion de velocidades atomicas = distribucion de Maxwell

$$f(v)\,dv = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$$



distribucion para moleculas en aire

no es simetrica!

velocidades son valores absolutos de los vectores

en una(!) componente, la distribucion es Gaussiana!
por ejemplo componente radial --> causa efecto de Doppler
--> ensanchamiento de la linea
velocidad mas probable en distribucion de Maxwell:

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$ (prueba?)

entonces en ensanchamiento:

$$\Delta\lambda = 2\frac{\lambda}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

para hidrogeno en la atmosfera solar $\Delta\lambda = 0.43$ Å

mas grande que en ancho natural!
medida del ancho de la linea --> temperatura?
solo si el movimiento es solo termico, si hay turbulencia caracterizada por v_turb

$$\Delta\lambda = 2\frac{\lambda}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m} + v_{turb}^2}$$

temperaturas de excitacion y ionisacion

mecanica clasica y cuantica: siendo $P(s_a)$ y $P(s_b)$ las probabilidades para un sistema de estar en un estado s_a o s_b , el cuociente es

$$\frac{P(s_a)}{P(s_b)} = e^{-(E_a - E_b)/kT}$$ estadistica de Boltzmann

en un atomo las estados caracterizados por numeros cuanticos

ejemplo hidrogeno: n numero cuantico principal

modelo Bohr-Sommerfeld: semieje major

l numero cuantico secundaria

modelo Bohr : semieje menor = momentum angular l=0,1,2.. n-1

m = -l, -l+1 ... l-1, l 2l+1 posibilidades

para orientacion del momento magnetico

s espin -1/2 +1/2

principio de Pauli: solo un electron puede ocupar un estado

---> sistema periodico de los elementos

pero: la energia es determinada por n

n	m	l	s	energia (eV)
1	0	0	+1/2	-13.6
1	0	0	-1/2	-13.6
2	0	0	+1/2	-3.4
2	0	0	-1/2	-3.4
2	1	0	+1/2	-3.4
2	1	1	-1/2	-3.4
2	1	1	+1/2	-3.4
2	1	1	-1/2	-3.4
2	1	0	+1/2	-3.4
2	1	0	-1/2	-3.4
2	1	-1	+1/2	-3.4
2	1	-1	-1/2	-3.4

se dice: las estados son "degenerados"

--> las probabilidades P deben ser multiplicado por un "peso estadistico" tomando cuenta de los estados degenerados

$$\frac{P(s_a)}{P(s_b)} = \frac{g_a}{g_b} e^{-(E_a - E_b)/kT}$$

como el numero de atomos es grande --> probabilidades = numeros

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{g_a}{g_b} e^{-(E_a - E_b)/kT}$$

para hidrogeno: T= 85000 K para tener N_1 = N_2

serie de Balmer: transicion hacia N_2 pero con 85000 K ningunas lineas de Balmer--> porque??

ionisacion: es mas probable ionisar hidrogeno que hacer
la transicion 1 -> 2

consideramos un elemento en dos estados diferentes
de ionisacion i y i+1

estados iniciales y finales no necesariamente estan en
estado basico se necesita para ambos atomos (iones)
"peso estadistico promedio"
se llama "funciones de particion"

$$Z = g_1 + \sum_{j=2}^{\infty} g_j e^{-(E_j - E_1)/kT}$$

siendo E_j la energia del j_esimo nivel de energia
se deriva la ecuacion de Saha (1920)

siendo N_(i) y N_(i+1) los numeros de atomos en estados de ionisacion i y i+1, χ_i la diferencia de energia entre los estados basicos de ambos atomos, m_e la densidad de electrones libres, m_e la masa electronica

$$\frac{N_i}{N_{i+1}} = 2\frac{Z_{i+1}}{n_e Z_i}\left(\frac{2\pi m_e k T}{h^2}\right)^{(3/2)} e^{-\chi_i/kT}$$

ecuacion de Saha

ejemplo: nivel de ionisacion en una atmosfera estelar compuesta puramente de hidrogeno

calculamos $N_{II}/(N_I + N_{II}) = N_{II}/(N_{total})$

para $T < 25000$ K

funcion de particion: $Z_{II} = 1$

(porque H_{II} es solo un proton)

para estas temperaturas -->

diferencia de energia entre nivel 1 y nivel 2

10.2 eV $\gg k\,T$ --> factor de Boltzmann $\cong 1$

--> todos los atomos estan en nivel 1 --> $Z_I = g_1 = 2$

diferencia de energia $\chi = 13.6$ eV

falta n_e:

presion P_e = n_e k T, valor 200 dyne cm^(-2)

usar la ecuacion de Saha --> N_II/N_I

$$\frac{N_{II}}{N_{total}} = \frac{N_{II}}{N_I + N_{II}} = \frac{N_{II}}{N_I} \frac{1}{1 + \frac{N_{II}}{N_I}}$$

MAPLE

para evaluar la forteza de las lineas de Balmer

-> combinar ecuaciones de Boltzmann y de Saha

lineas de Balmer se dependen de N_2/N_total

casi todos los atomos neutros estan en n=1 o n=2
  --> N_(I) ≅ N_1 + N_2

$$\frac{N_2}{N_{total}} = \left(\frac{N_2}{N_2 + N_1}\right)\left(\frac{N_I}{N_{total}}\right) = \left(\frac{N_2 / N_1}{1 + N_2 / N_1}\right)\left(\frac{1}{1 + N_{II} / N_I}\right)$$

MAPLE

resultado: Balmer serie es mas fuerte para

T aprox. 10000 K

para elementos mas pesados: complicado, pero posible

comparison de lineas de diferentes estados de ionisacion

----> temperatura de ionisacion

comparison de lineas de diferentes estado de excitacion

----> temperatura de excitacion

Sumario de temperaturas estelares

temperatura efectiva: comparison con un cuerpo negro

espectroscopicamente (con lineas espectrales):

- temperatura de ionisacion
- temperatura de excitacion
- temperatura del tipo espectral (estimacion)

fotometricamente (radiacion continua)

- temperatura de color

2.4 Luminosidades y clasificacion espectral 2-dimensional

claramente: $V - M_V = 5 * \log r - 5$

pero cualitativamente se puede distinguir luminosidades por lineas espectrales:

dada una temperatura, lineas de gigantes y supergigantes son mas **estrechas** que lineas de estrellas de la secuencia principal

se desarollo ciertos criterios para clasificar luminosidades --> clases de luminosidad (Morgan, Keenan, Kellman 1943)

= clasificacion MKK

Ia - supergigantes mas luminosos

Ib - supergigantes menos luminosos

II - gigantes brillantes

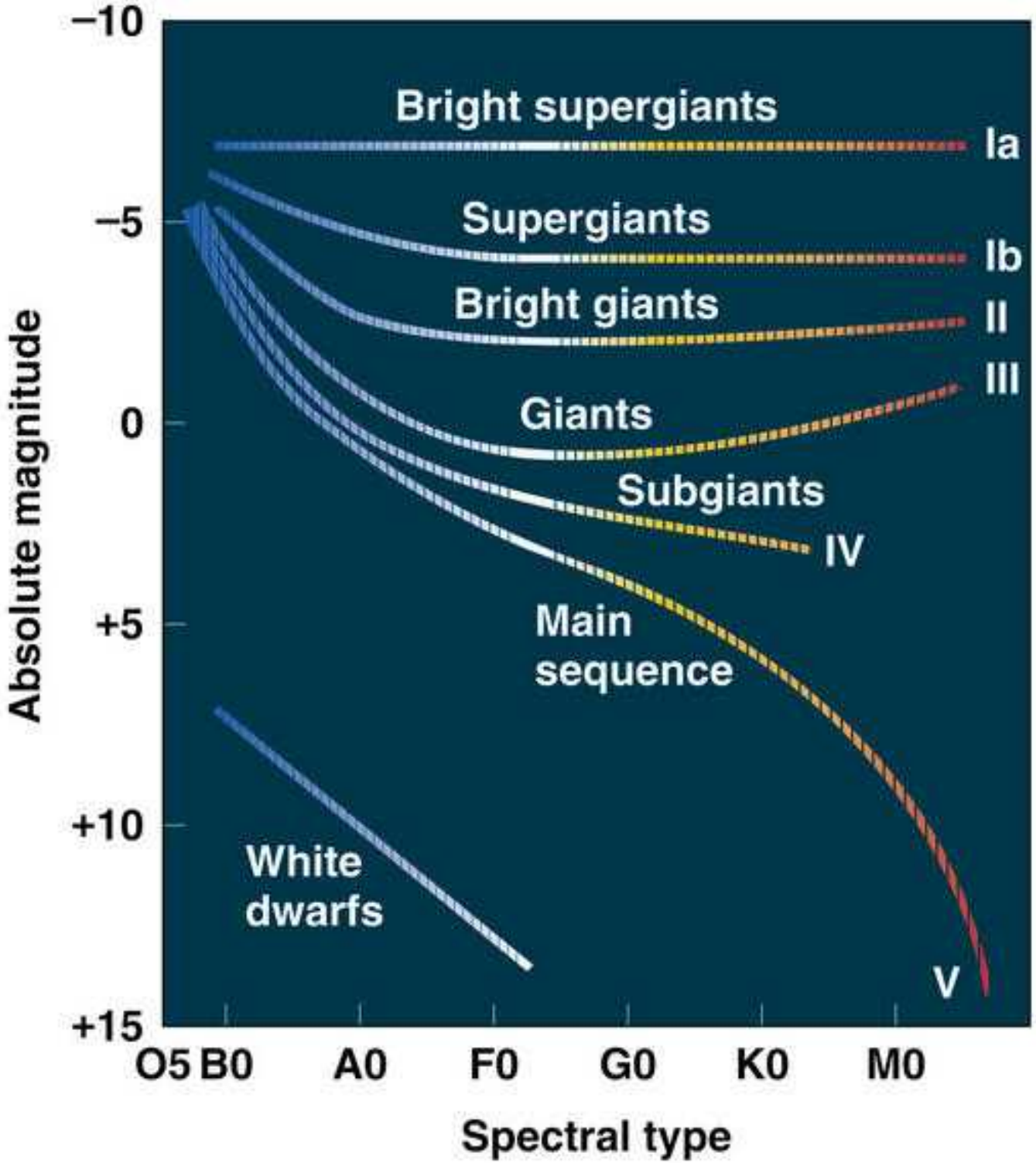
III - gigantes normales

IV- subgigantes

V - enanas

VI - subenanas

D - enanas blancas


Bright supergiants
Ia
Supergiants
Ib
Bright giants
II
III
Giants
Subgiants
IV
Main sequence
V
White dwarfs
−10
−5
0
+5
+10
+15
Absolute magnitude
O5 B0
A0
F0
G0
K0
M0
Spectral type

porque las lineas son mas estrechas en
estrellas de alta luminosidad?

concepto de "camino libre promedio" de particulas:
considera un sistema de atomos de radios de Bohr a_0
y densidad numerica n

choques pasan cuando la distancia entre dos atomos $< 2*a_0$
en un intervalo de tiempo t, un atomo se mueve por v*t
y describe un volumen cilindrico

$$V = \pi (2\, a_0)^2 v\, t$$

en este volumen se encuentra como numero de atomos (choques)

$$n V = n \pi (2 a_0)^2 v t = n \sigma v t$$

siendo $\sigma = \pi (2 a_0)^2$

"seccion transversal (cross section)"

camino libre promedio

= distancia promedia entre coliciones entonces

$$l = \frac{v t}{n \sigma v t} = \frac{1}{n \sigma}$$

la velocidad mas probable de un atomo de la masa m en una atmosfera estelar esta dada por (ya conocida)

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

principio de incertitumbre $\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t}$

incertitumbre en la energia significa incertitumbre en la frecuencia o longitud de onda por E = h * ν = h*c/λ

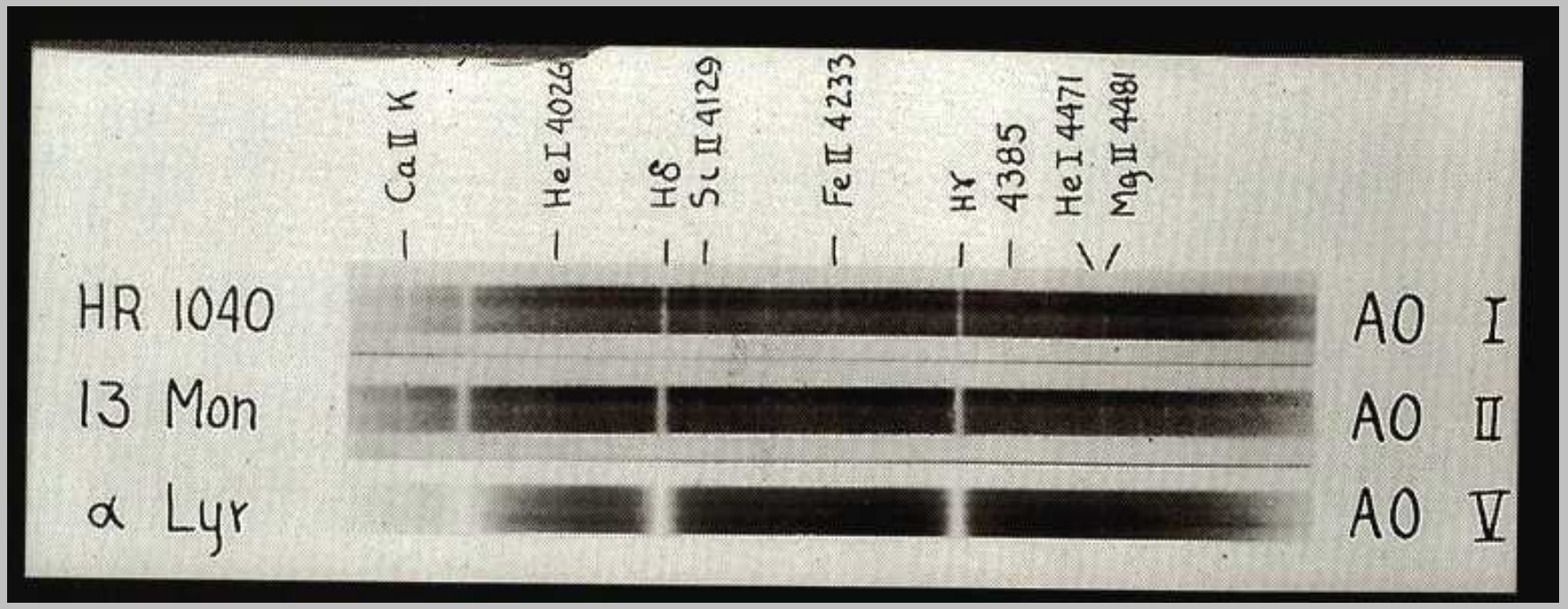
para Δλ: $\Delta E = \frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda$ $\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{1}{\Delta t}$

Δt esta determinado por el tiempo entre colisiones:

$$\Delta t \approx \frac{l}{v_{mp}} = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2kT/m}}$$ --> $$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2 n \sigma}{\pi c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

ensanchamiento de presion

ensanchamiento de lineas por presion



2.5. Campos magneticos

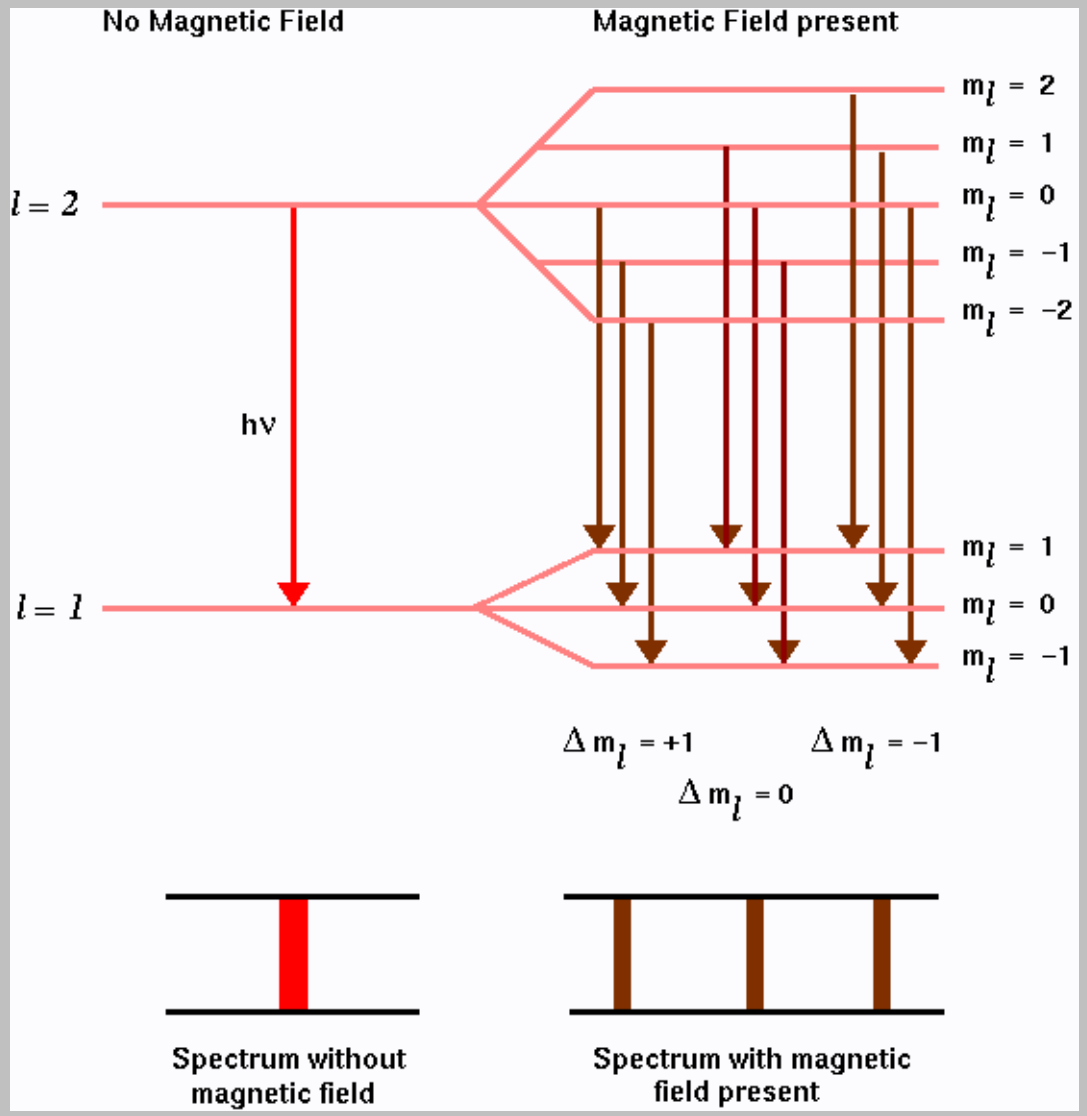
recordacio: numero cuanticos n l m s
l corresponde al momento angular (Bohr-Sommerfeld)
m a la componente z del momentum angular,
tiene 2l+1 orientaciones posibles y todos tienen la misma energia

con campo magnetico externo --> se tiene una direccion particular
--> las energias se vuelven un poco diferente
se dice " romper la degeneracion"
--> linea espectral se separa en tres lineas

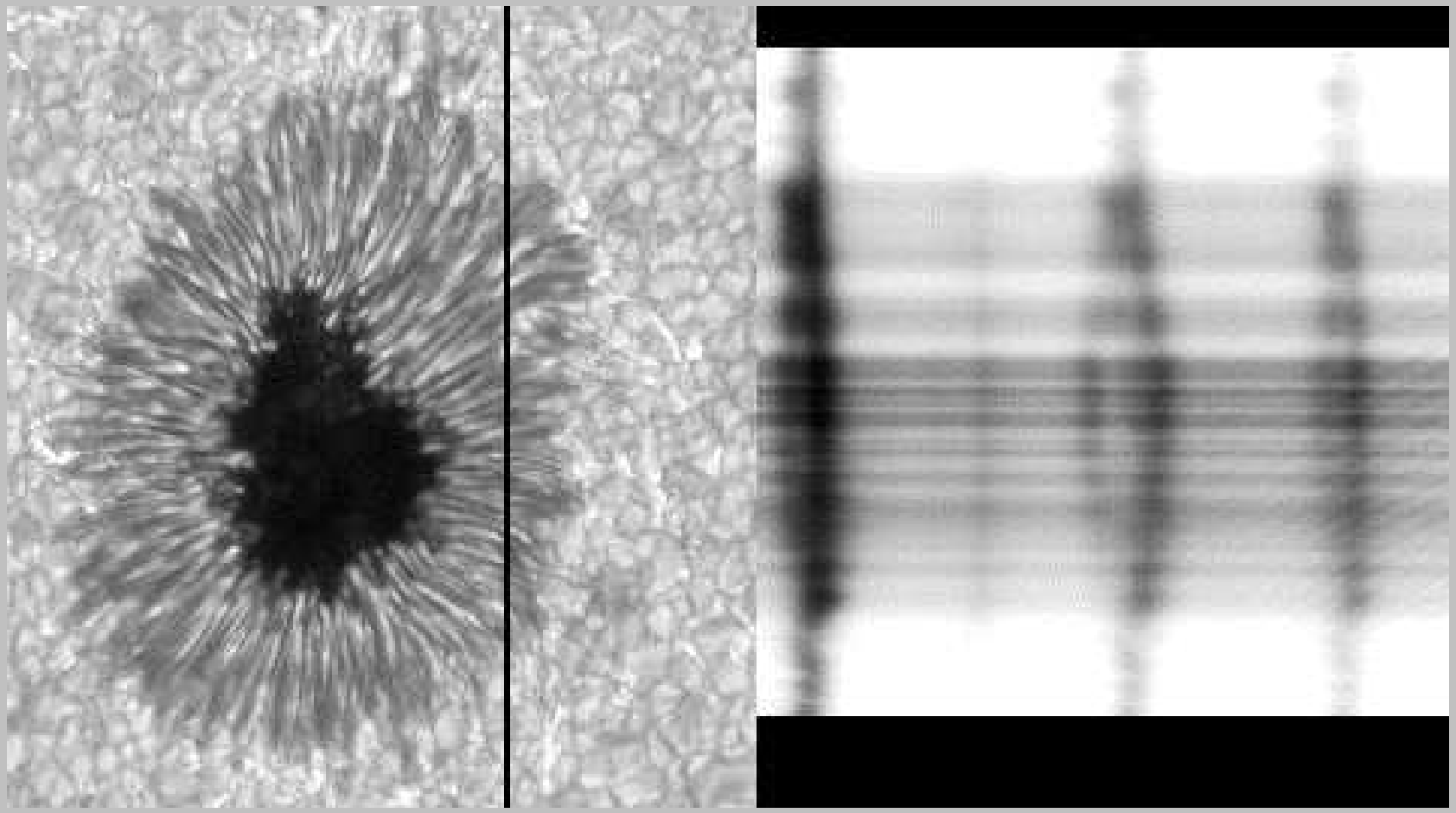
$$\nu_0 \pm \frac{e B}{4 \pi m_e c}$$

"efecto Zeeman"

efecto Zeeman (normal)



atomica fisica:
regla de seleccion
$\Delta m = 0, \pm 1$

efecto Zeeman en una mancha solar

rendija