Cap. 4 La estructura de estrellas

Estrellas son globos grandes de gas (opticamente grueso)

--> que esta pasando en su enterior?

--> por que estrellas emiten luz (fuente de energia)?

--> por que hay una relacion entre masa y luminosidad?

--> el Sol tiene una edad de approx. 4.5 miles millones años,
tienen todas estrellas esta edad? Como se mide la edad
de una estrella?

--> porque hay estrellas variables?

--> como se explica el diagrama Hertzsprung-Russell?

repuestas por el estudio de estructura estelar

metodo: consideraciones teoricas ---> predicciones para observables:

masa, temperaturas, luminosidades

comienzos: Emden (1907) -> libro "Gaskugeln" calculo estados teoricos de equilibrios

--> primera approximacion a estrellas reales por termodinamica clasica

A. Eddington (1926) "Internal constitution of stars" -- combinacion de termodinamica con teoria de radiacion

Eddington (1920) - fuentes de energia termica (reacciones quimicas) no son sufficientes

1930-1940 - desarallo de fisica nuclear

H. Bethe (1938) – reacciones nucleares en los centros de las estrellas
Chandrasekhar (1931) – materia degenerada – enanas blancas

pero: calcular modelos reales ---> computadores necesarios
hoy dia: modelos estelares sofisticadas
acuerdo con observaciones muy bueno

dos parametros determinan completamente el estado y la vida de una estrella:

1. la masa

---> determina la temperatura central y la produccion de la energia

2. la composicion quimica

(contenido de los elementos pesados)

---> determina la opacidad y el transporte de energia

---> teorema de Voigt-Russell

4.1 Las ecuaciones basicas

aprender la estructura estelar

--> calcular densidad, temperatura, presion, luminosidad, masa en dependencia del radio

determinado por un sistema de ecuaciones diferenciales

mas simple: masa – densidad

$$\frac{d\,M(r)}{dr} = 4\,\pi\,r^2\,\rho(r)$$

menos simple: presion, densidad, masa

---> porque no colapsa una estrella?

---> en cada punto, la presion es igual del peso de las cascaras superiores = **equilibrio hidrostatico**

$$\frac{d\,P(r)}{dr} = -G\frac{M(r)\,\rho(r)}{r^2}$$

luminosidad:

la produccion de energia en estrellas pasa por reacciones nucleares

energia producida proporcional al elemento de volumen con constante de proporcionalidad ε

$$\frac{d\,L(r)}{d\,r} = 4\,\pi\,r^2\,\rho\,\epsilon$$

transporte de energia:

hay dos mecanismos por los cuales funciona el transporte de energia a traves una estrella

1. radiacion
2. conveccion

conveccion es el subiendo del "burbujas" del material en un medio que son mas caliente que su alrededor

solo las ecuaciones :

$$\frac{dT(r)}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4acT^3}\frac{L(r)}{4\pi\rho^2}$$

$$a = 4\frac{\sigma}{c}$$

conveccion: $$\frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}$$

siendo γ la razon de los calores especificas: γ = c_p / c_V

ademas: condiciones de borde: M(0) = 0, M(R)= M, T(R) = 0 , L(R) = R,
siendo R el radio estelar

ademas: **ecuacion del estado:**

(ecuaciones del estado conectan presion con densidad)

para un gas ideal: $$P = \rho \frac{kT}{\mu m_P}$$ siendo k constante de Boltzmann,
m_P unidad de masa atomica (proton), μ peso molecular promedio

μ: masa atomica divido por el numero de todos los particulas (ionisacion!)
ejemplo: μ =1/2 para hidrogeno ionisado
4/3 para helio ionisado (4 = peso, 3 = particulas)
aprox. 2 para elementos mas pesados

ademas: ecuaciones de materiales conectan densidad con absorcion,
+ produccion de energia ...
---> solo numericamente solvables

conclusiones cualitativas:

imaginacion: cualquier masa M con composicion "quimica"
(notacion --- X : Y : Z , siendo X,Y,Z las fracciones de masa de los elementos

X: hidrogeno
Y: helio
Z: todos los elementos mas pesados

$X+Y+Z = 1$ para el Sol : $X= 0.73$ $Y = 0.25$ $Z=0.02$

---> dada una masa --> solo un radio en equilibrio posible, pero radio relacionado con T_eff, L

---> hay relacion f(M,L,T_eff)=0

ademas: dada la composicion quimica
--> fuentes de energia y transporte de energia fijas

---> otro relacion entre M,L,T_eff

---> solo dos variables se quedan

--> g(M,L) = 0 o u(L,T_eff)=0

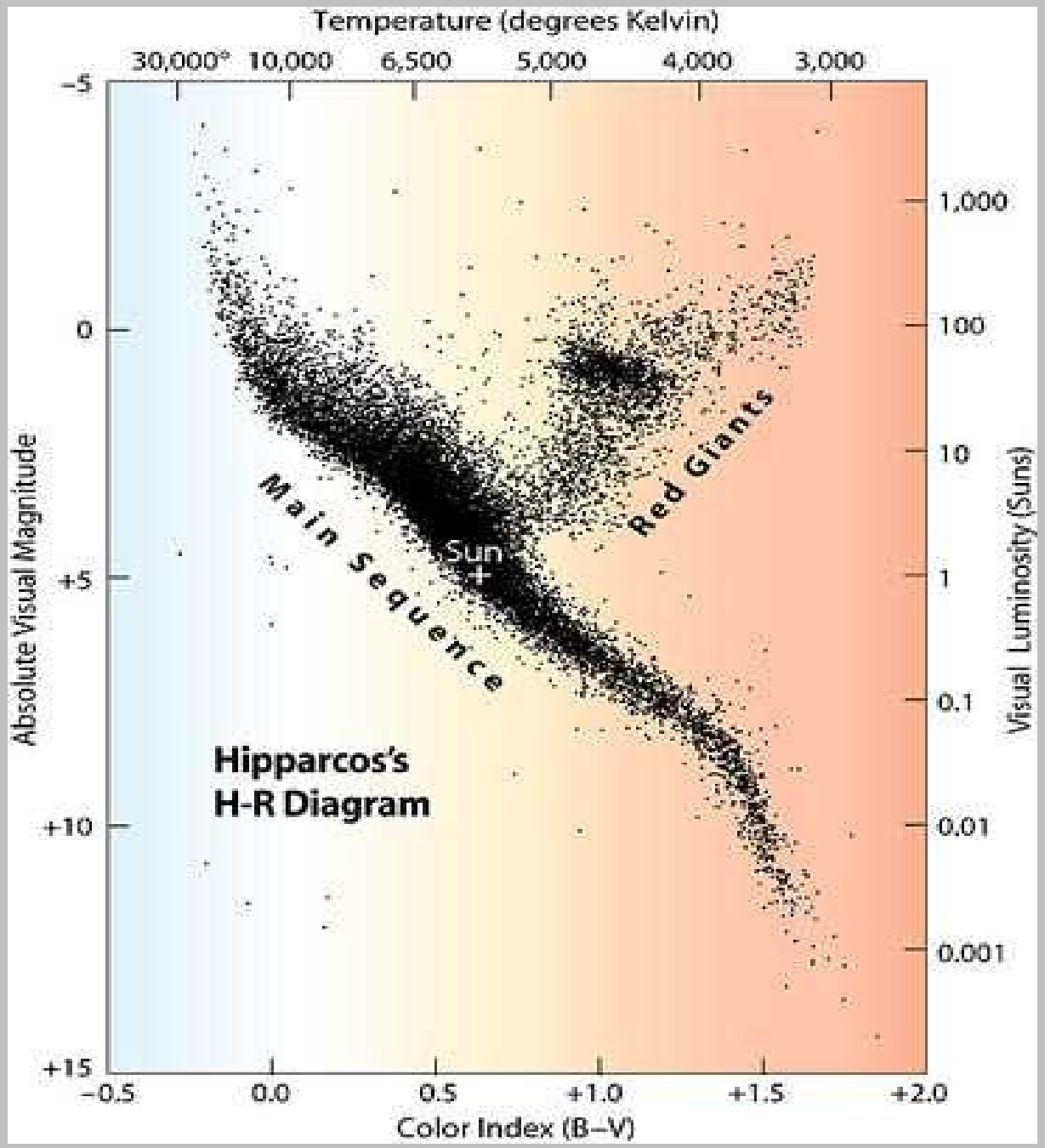
significa: en el diagramo Hertzsprung-Russell hay relacion unica entre T_eff y L , dado la composicion quimica, la masa y la misma fuente de energia!

en realidad: secuencia principal no es infinitamente estrecha

--> diferencias entre:

composicion quimica

fuentes de energia

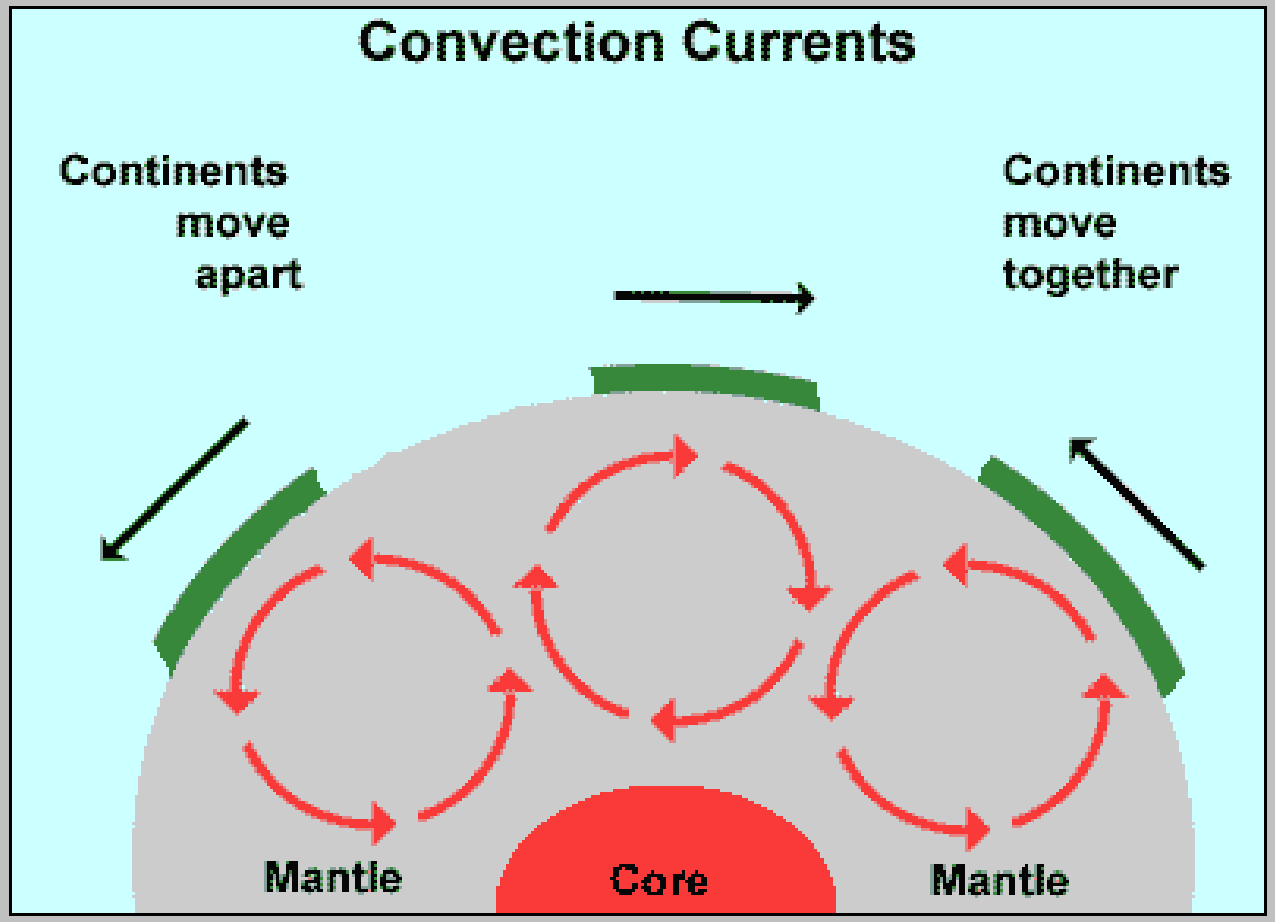


que no es corecta en este diagrama?

4.2. Conveccion – mecanismo de transporte de energia

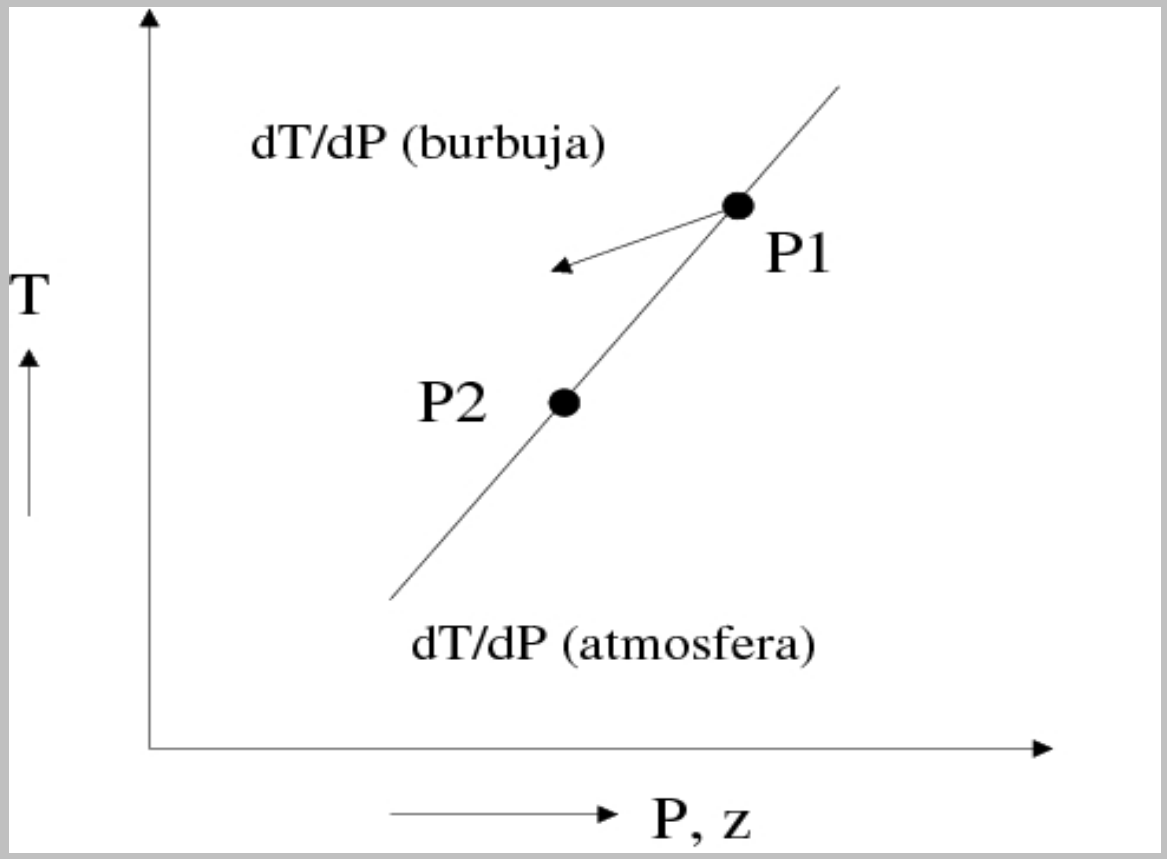
conveccion en la vida diaria: aire caliente sobre una calle de asfalto
aire caliente sobre una calefaccion
calentar agua en una olla

movimiento convectivo tiene que ver con gradientes de temperatura fuertes



enterior de la Tierra

Como grande deberia ser el gradiente de la temperatura?
burbuja de gas se mueve arriba desde P1
--> baja su temperatura y presion de manera **adiabatica**
--> continua su movimiento hasta arriba si su densidad (temperatura) es mas baja (mas alta) de su alrededor
--> se dice "atmosfera inestable por conveccion"



cambio de temperatura:

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{burbuja} = \frac{dP}{dz}\left(\frac{dT}{dP}\right)_{adiabatico}$$

condicion por inestabilidad convectiva:

$$\left(\frac{dT}{dP}\right)_{adiabatico} < \left(\frac{dT}{dP}\right)_{atmosfera}$$

usualmente se escribe como: (multiplica con T/P y usa derivada logaritmica)

$$\left(\frac{d\log T}{d\log P}\right)_{ad} < \left(\frac{d\log T}{d\log P}\right)_{rad} \qquad \text{o} \qquad \nabla_{ad} < \nabla_{rad}$$

la misma es valida para burbujas bajandas!

---> hay dos razones para inestabilidades convectivas:

1. ∇ad se vuelve pequeña
2. ∇rad se vuelve grande

∇rad: si absorcion es constante --> temperatura no cambia mucho con la presion (gas ideal)

si la absorcion se cambia rapidamente --> temperatura se cambia rapidamente con la presion --> condiciones encuentros en cascaras donde ionisacion comienza

ejemplo: temperatura aprox. 6000 K --> hidrogeno ionisado solo por 0.1%

---> aumentado el numero de electrones libres por factor 10

---> mas H^{---} moleculas --> absorcion continua aumenta

secundo efecto: mas electrones con n=2 y n=3

---> mas posibilidades de absorcion continua

∇ad: se vuelve pequeño tambien en zonas de ionisacion

burbuja subienda --> recombinacion alimenta energia

--> balancar el enfriamiento adiabatico

burbuja bajanda ---> calentamiento causa ionisacion

---> temperatura sube solo un poco

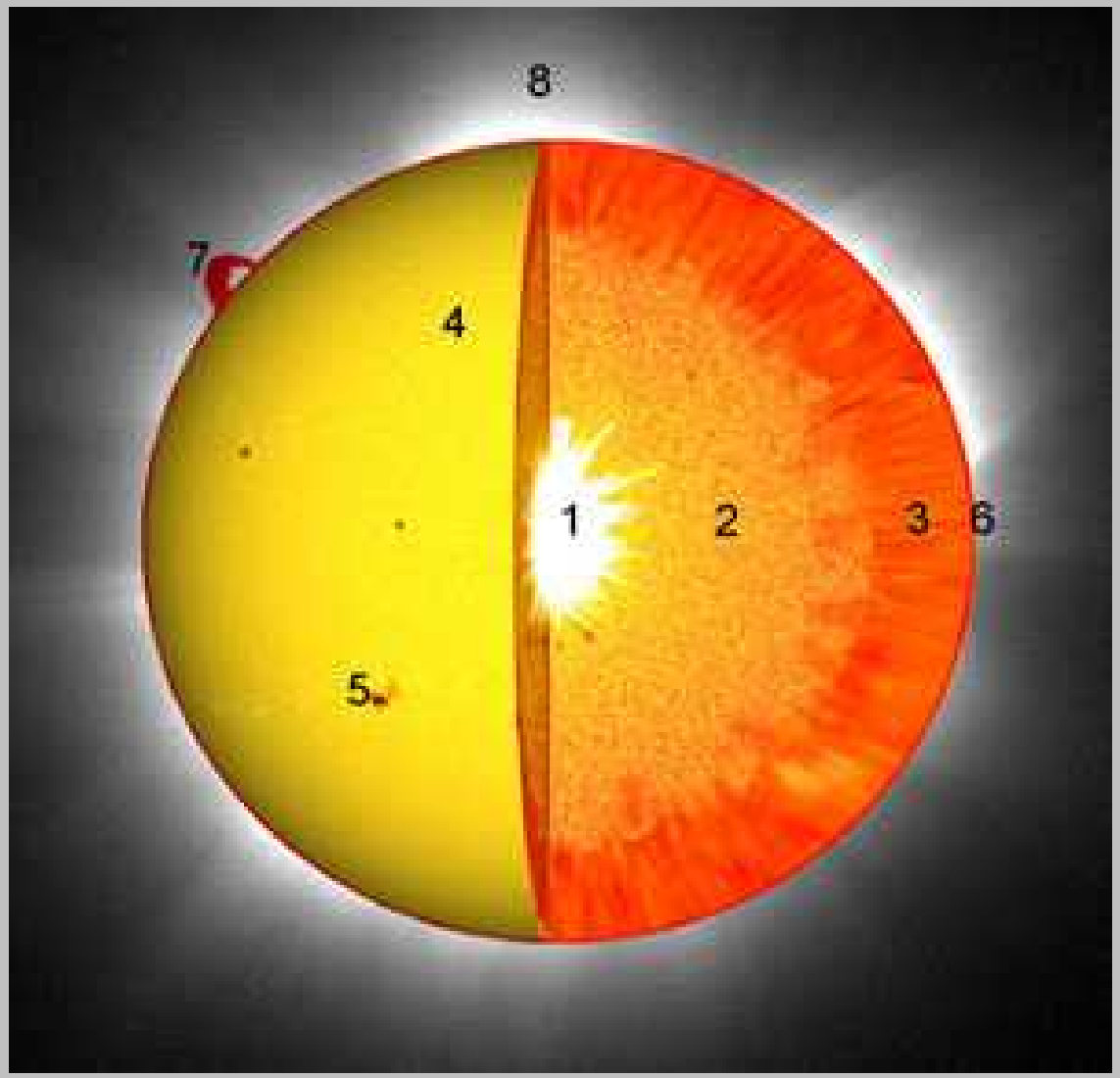
entonces: conveccion en zonas de ionisacion

hay: zona de conveccion de hidrogeno

zona de conveccion de helio (mas profundo)

pueden fusionar!!

zonas en el Sol: 3 - zona de conveccion
2 - zona de radiacion
1- nucleo con fusion nuclear



en algunas estrellas:
zona de conveccion alcanza a las regiones nucleares
--> intercambio de material superficial con material nuclear

4.4 Fuentes de Energia

el Sol emite una energia de 3.8 10^(33) erg/s desde aprox. 4.5 10^9 años ---> de donde viene?

antes del descubrimiento de energia nuclear: gravitacion posible como fuente de la energia

energia potencial de una esfera

$$U_g = -4\pi G \int_0^R M(r)\rho(r) r\, dr$$

suponemos que ρ constante -->

$$U_g = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$ (prueba?)

se gana energia si R disminuye! ---> Supernovae de tipo II
escala del tiempo para el Sol:

$$t_{gravitacion} = \frac{E_{gravitacion}}{L_{Sol}} \approx 10^7 a$$

--> no funciona!

escala de Kelvin-Helmholtz

energia quimica? tiene que ver con la energia de ionisacion (10 eV)

ejercicio --> tampoco funciona!

energia nuclear

– hechos fundamentales sobre nucleos

familiar : hidrogeno ---- 1 proton (+) y 1 electron (-)

masa(proton) = 1835x masa(electron)

masa del atomo < masa(proton) + masa(electron)

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

hay particulas con masa 1.0013 x masa (proton) que no tienen carga

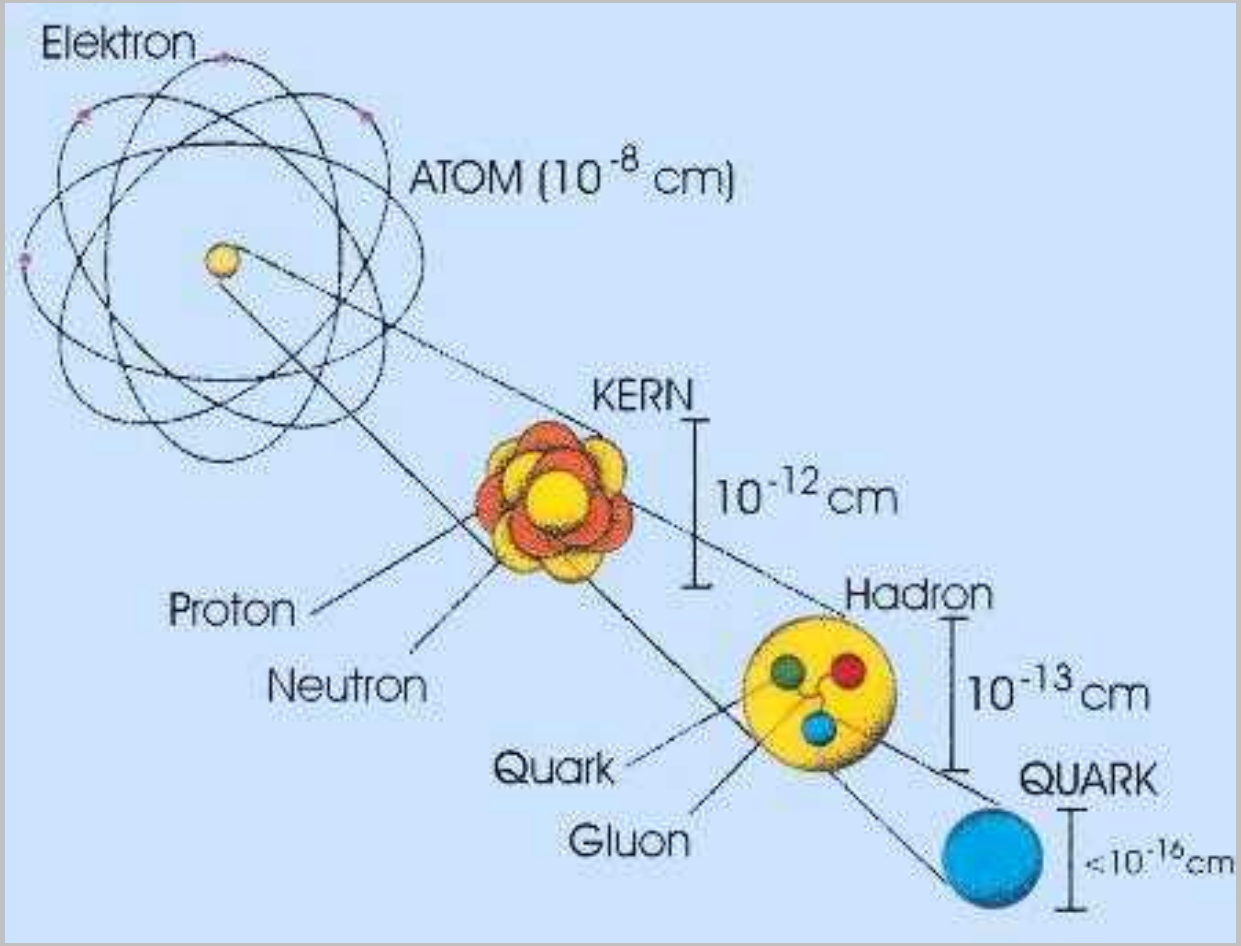
----> **neutrones**

neutrones libres son inestables **n --> p$^+$** + e$^-$ + ν + foton (0.78 MeV)

tiempo caracteristico de decaimiento 11 minutos

protones y neutrones constituyen nucleos --> "**nucleones**"

neutrones dentro un nucleo son estables



hidrogeno pesado (deuterio): 1 proton + 1 neutron
tricio : 1 proton + 2 neutrones

protones (misma carga) se repelen -->
por que hay elementos con 2 o mas protones?

---> otra fuerza atractiva que actua en escalas muy pequeñas
10^(-15) m !!

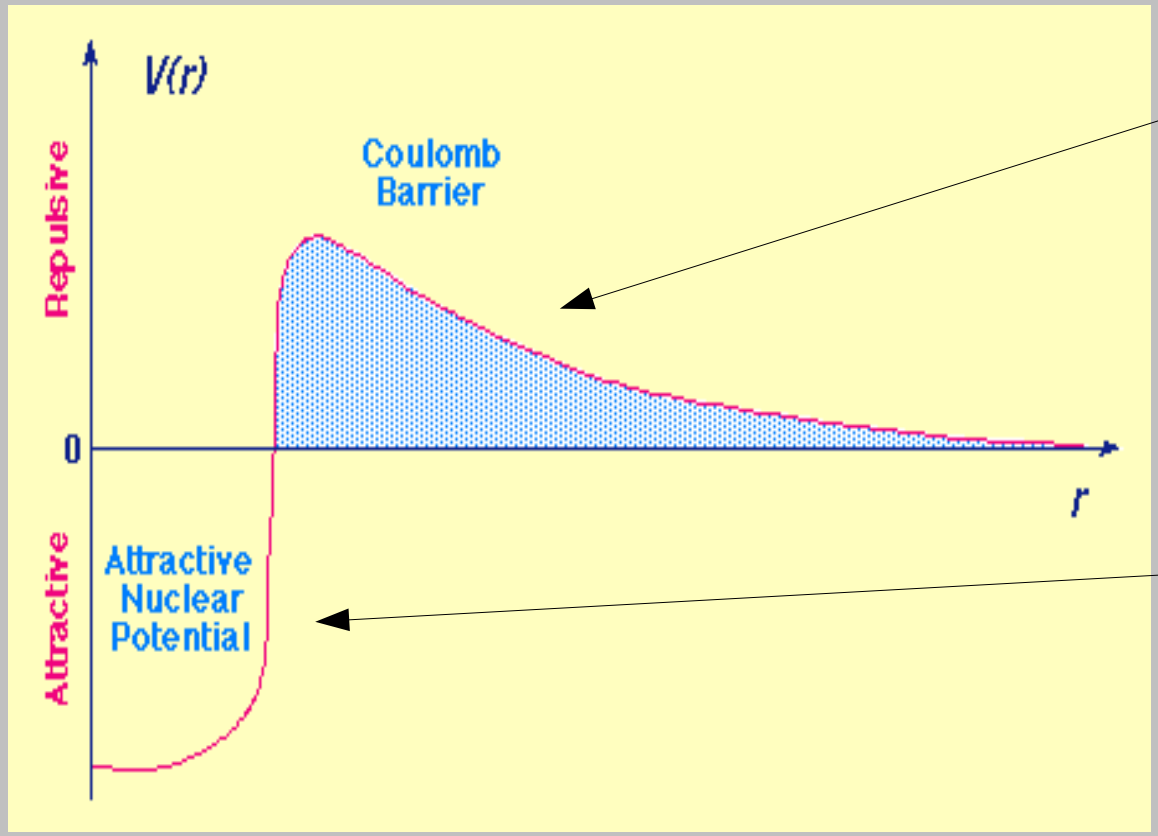
---> "**interaccion fuerte**"
--> constituye la estructura de nucleones
---> energias mucho mas grande que en EM

energia disponible por reacciones nucleares:

masa de nucleo de helio (2 protones + 2 neutrones)

= 0.99 x (4x masa(proton))

$\Delta E = 26.7$ MeV !!



barrera de Coulomb

interaccion fuerte

pero: temperatura necesario para hacer posible una reaccion como

$$p + p \rightarrow {}_1^2H + e^+ + \nu$$

es aprox. 10^(10) K causado por barrera de Coulomb, pero:
temperatura en el centro solar solo 15x10^6 K

reacciones restringidos por algunos principios de conservacion
---- carga,
----- numero de hadrones (protones, neutrones) ,
---- numero de leptones (electrones, neutrinos)

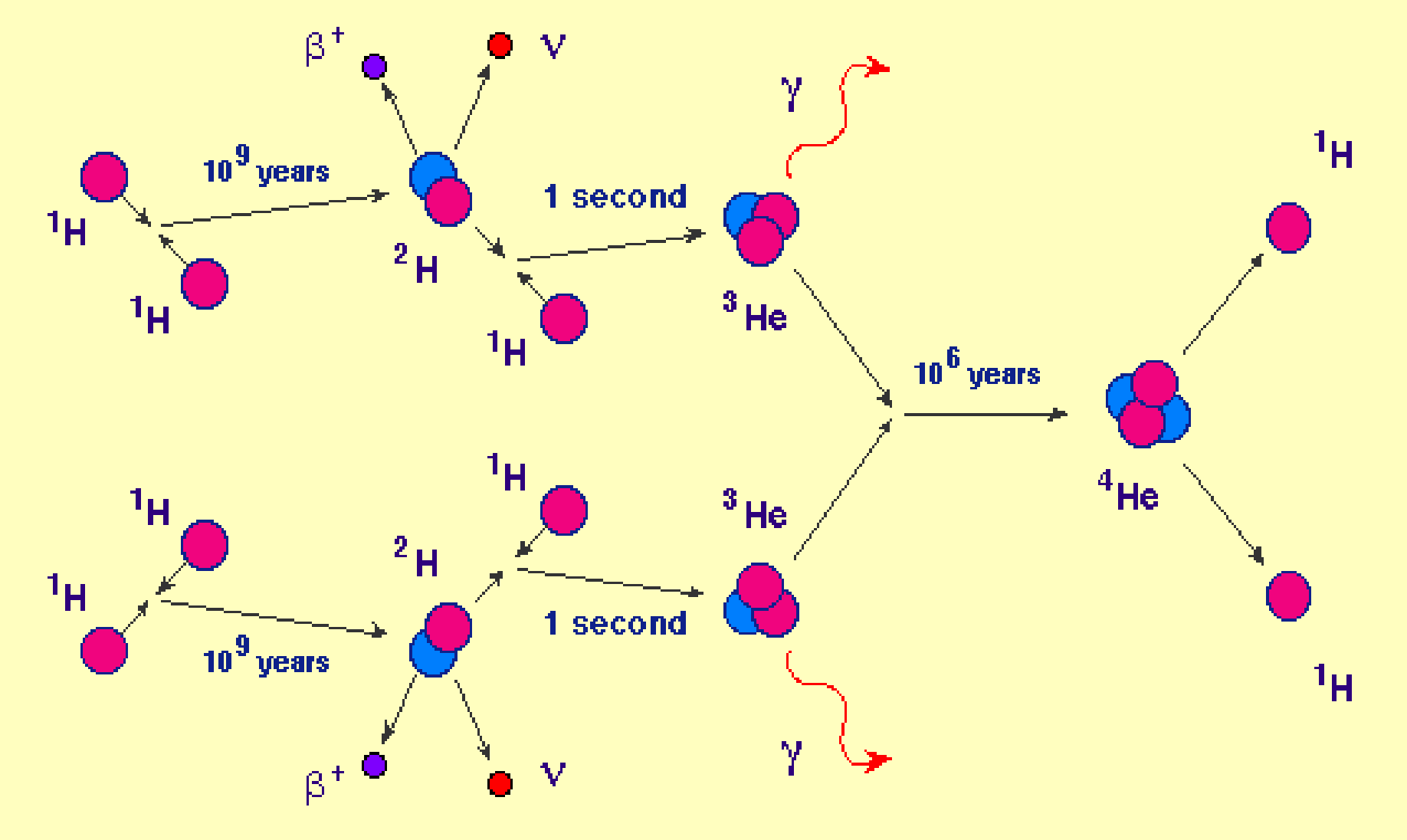
mecanica cuantica: efecto de tunel

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

---> proton puede estar dentro de barrera de Coulomb
(por un "tunel") con cierta probabilidad
--> temperatura solar suficiente

La cadena proton-proton (pp) 4 H --> 2 He

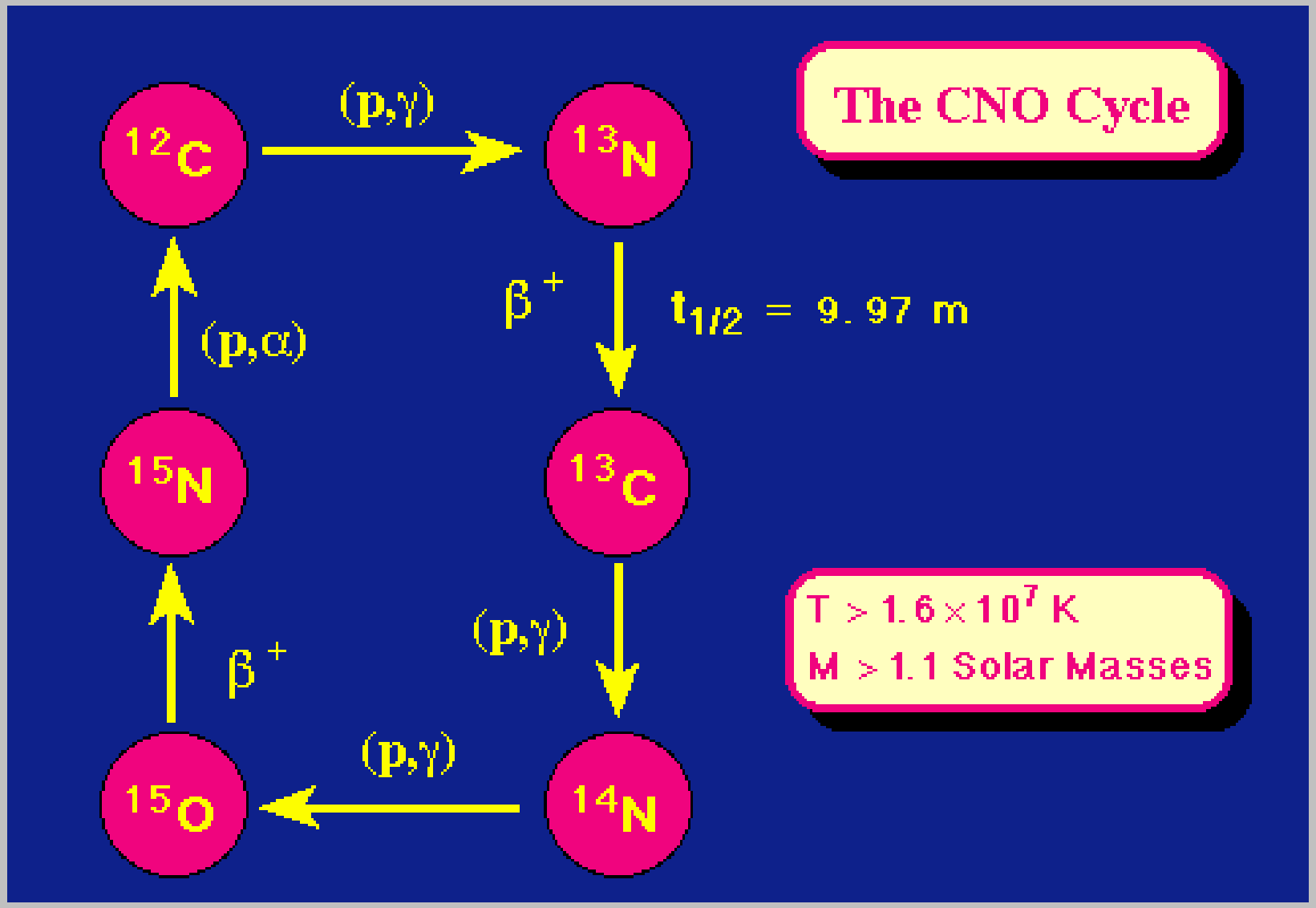
reaccion mas importante con temperaturas desde 10^6 K
produce neutrinos -- densidad optica para neutrinos = 0



otra reaccion H --> He : ciclo CNO (carbono, nitrogeno, oxigeno)

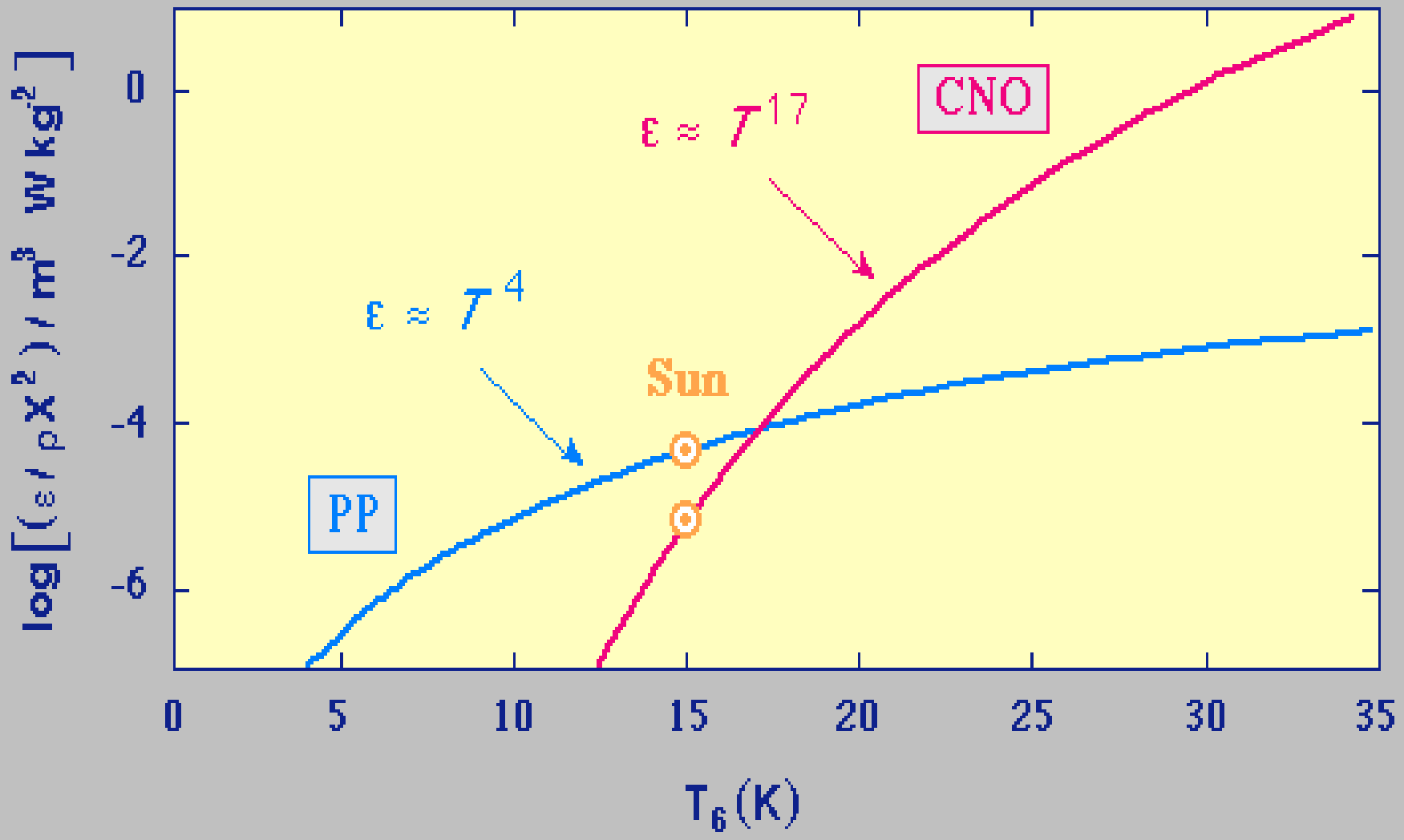
mas indirecto: CNO sirven como catalisadores

(absorbido, emitido) particula "alfa" = nucleo de helio



comparison de cadena pp y el ciclo CNO - productividad energetica vs. temperatura

cadena pp en estrellas como el Sol o estrellas de menos masa
ciclo CNO en estrellas masivas



interpretacion de la secuencia principal:

estrellas que converten H -> He en su centro

--> como H es tanto --> larga duracion

--> 90% de todas las estrellas estan en la etapa de secuencia principal

con el Sol, habia un problema por largo tiempo:

problema de neutrinos solares

neutrinos salen el Sol -- con modelo solar (temperatura, densidad)

posible calcular cuantos

extremadamente dificil detectar neutrinos –

solo participan en la interaccion debil

resultado: menos neutrinos que han sido predichos (factor 2)

fuentes de error → modelo solar
→ tazas de reacciones nucleares
→ nueva fisica

2002: nueva fisica! neutrinos solares se cambian durante su viaje a la Tierra

y un parte no puede ser detectado

--> neutrinos tienen masa! < 15 eV

hoy dia: mejor estimacion de la cosmologia: < 2 eV

Como continuar a elementos mas pesados?

por ejemplo: $^{4}He + p \rightarrow {}^{5}Li$??

^{5}Li es inestable , decaimiento dentro 10^(-16)s

proxima posibilidad: $^{4}He + {}^{4}He \rightarrow {}^{8}Be + {}^{4}He \rightarrow {}^{12}C$

proceso " triple alpha"

temperatura necesaria : 10^8 K, no hay en la secuencia principal

otras reacciones que occuren en estrellas en temperaturas muy altas:

quemada de carbono :

$$
\begin{aligned}
{}^{12}C + {}^{12}C &\rightarrow {}^{16}O + 2\,{}^{4}He \\
&\rightarrow {}^{20}Ne + {}^{4}He \\
&\rightarrow {}^{23}Na + p^{+} \\
&\rightarrow {}^{23}Mg + n \\
&\rightarrow {}^{24}Mg + \gamma
\end{aligned}
$$

quemada de oxigeno

$$
\begin{aligned}
{}^{16}\mathrm{O} + {}^{16}\mathrm{O} &\rightarrow {}^{24}\mathrm{Mg} + 2\,{}^{4}\mathrm{He} \\
&\rightarrow {}^{28}\mathrm{Si} + {}^{4}\mathrm{He} \\
&\rightarrow {}^{31}\mathrm{P} + p^{+} \\
&\rightarrow {}^{31}\mathrm{S} + n \\
&\rightarrow {}^{32}\mathrm{S} + \gamma
\end{aligned}
$$

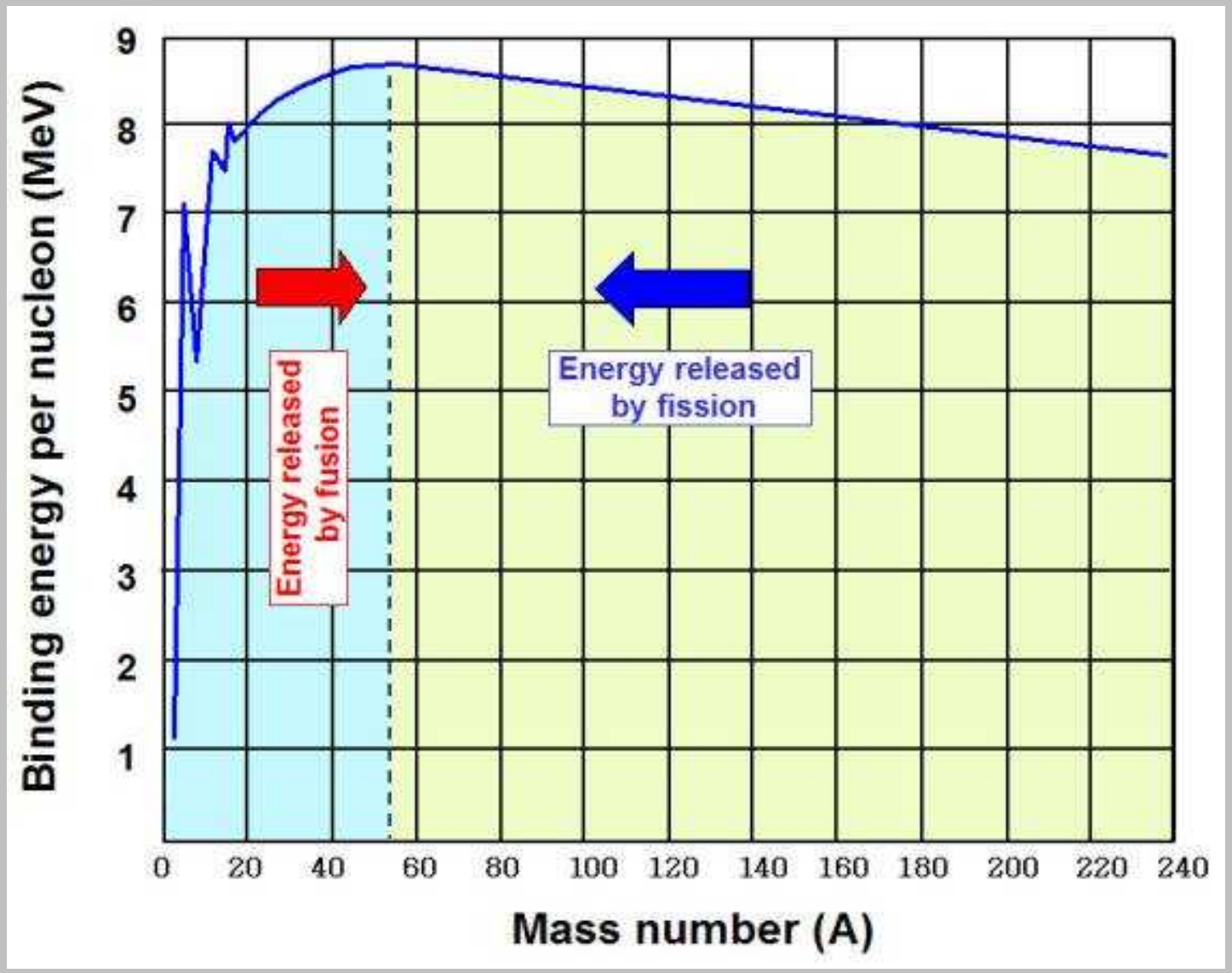
hasta que elemento funcionan estas reacciones de fusion?

parametro importante: energia de ligamiento por nucleon

$$E_b = \Delta m c^2 = \left(Z m_p + (A - Z) m_n - m_{nucleon}\right) c^2$$

siendo Z el numero de protones (carga), A el numero de nucleones

Energia del ligamiento por nucleon



maximo: ^{56}Fe --> se necesita energia para forma elementos mas pesados del hierro por fusion

4.5. Modelos estelares en la sequencia principal

secuencia principal – energia por quemar hidrogeno
mas exacto: modelos para "Zero-age-main sequence (ZAMS)"
ZAMS = lugar de estrellas con una edad 0

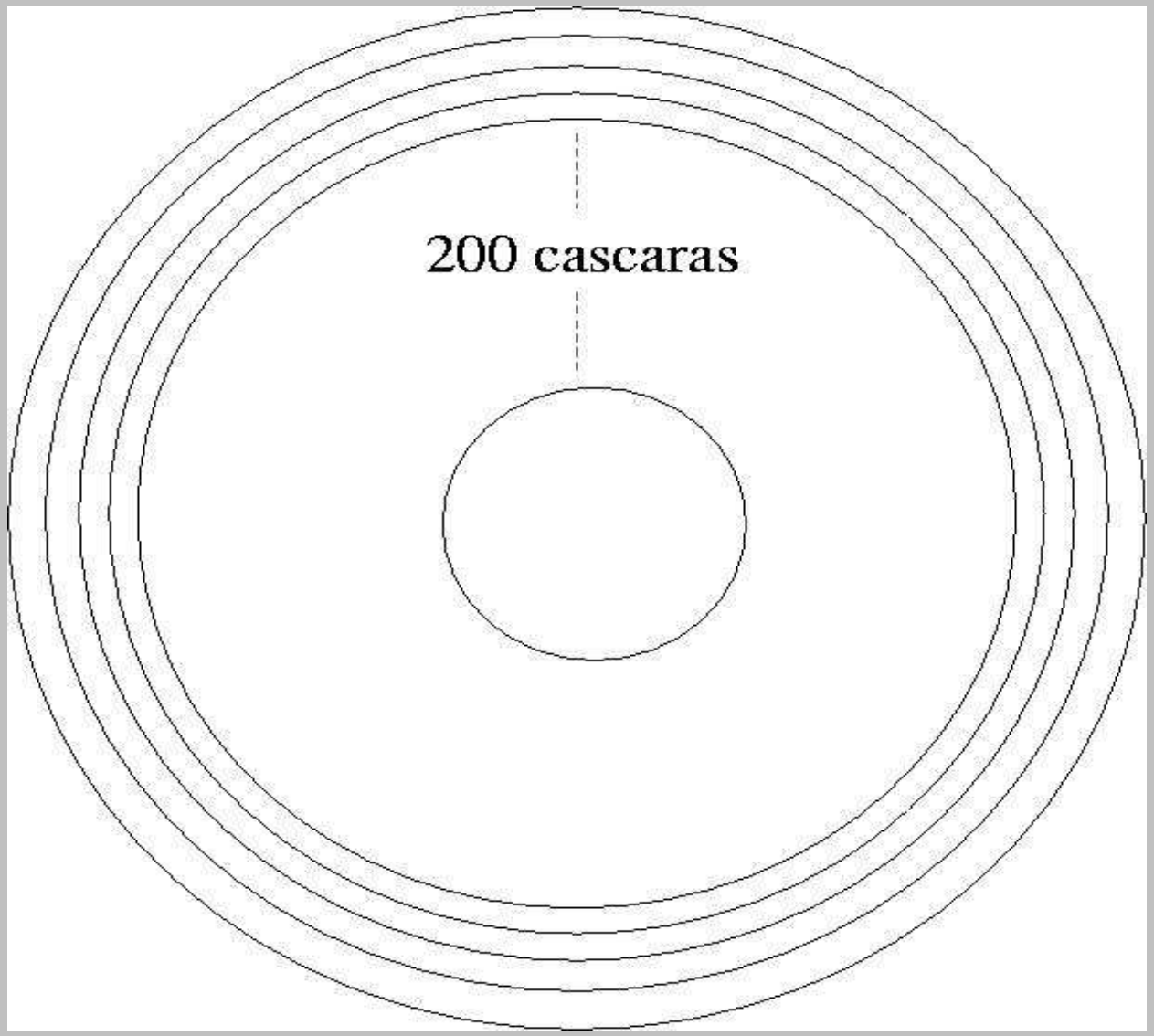
4 ecuaciones basicas →
- masa
- luminosidad
- presion
- transporte de energia (radiacion, conveccion)

ecuacion del estado $P = f(\text{densidad})$

ecuaciones del material (absorcion, emision)

programa de Hansen & Kawaler "Stellar Interiors"

dividir el modelo estelar en 200 cascaras, resolver las ecuaciones para cada cascara de manera que las diferencias se vuelven miminas



Input:

```
MASS/MSUN=  1.000, X= 0.740, Y= 0.240      --> Z=0.02
 NTRY 15,N=201,NFOUT= 60,NFIN=142, QFIT= 0.200
 GUESSES: Pc= 1.483E+17, Tc= 1.449E+07
        R= 6.930E+10, L/LSUN= 9.000E-01
```

Output

```
                *****FINAL MODEL*****
  Pc: 1.4831E+17, Tc: 1.4421E+07, R: 6.9323E+10, L: 3.4943E+33
  Teff:  5.6521E+03, LOG(Teff): 3.7522, LOG(L/LSUN):-0.0418
          1-Mr/M       LOG(r)   LOG(P)  LOG(T) LOG(RHO) LOG(L)
    2    9.98776351E-01  9.28087 17.1606  7.1552  1.9148 31.6385
    3    9.97511452E-01  9.28087 17.1606  7.1552  1.9148 31.6385
```

2 resultados importantes:

1. hay una relacion masa-luminosidad $L \sim M^{-3.5}$
(ya conocido observacionalmente)

2. con la masa fija ---> pocos metales (Z baja)
--> temperatura mas alta
--> luminosidad mas alta

---> muchos metales (Z alto)
---> temperatura mas baja
---> luminosidad mas alta

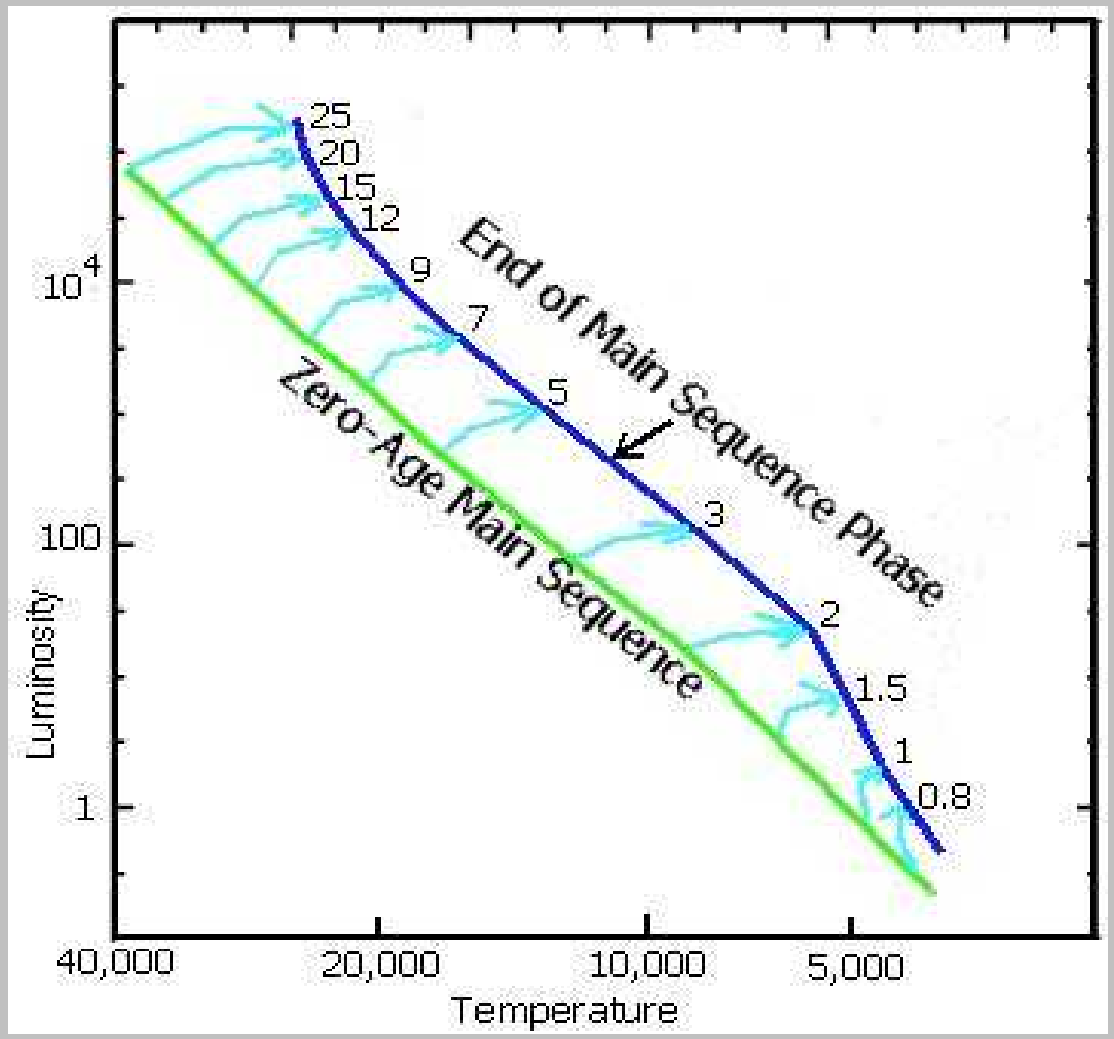
modelos estelares ---> L, T_{eff} --> atmosferas--> M_V, B - V

duracion de la etapa "secuencia principal?

hidrogeno --> helio ---> densidad de protones declina en el centro

---> despues un tiempo: quemada de hidrogeno termina en el centro --> fin de secuencia principal

$$t_{MS} \approx \frac{M}{L} \sim \frac{M}{M^{3.5}} = M^{-2.5}$$



t_{MS} baja para estrellas masivas

t_{MS} alto para estrellas menos masivas

t_{MS} (60 masas solares) 10^5 años

t_{MS} (1 masa solar) 10^10 años

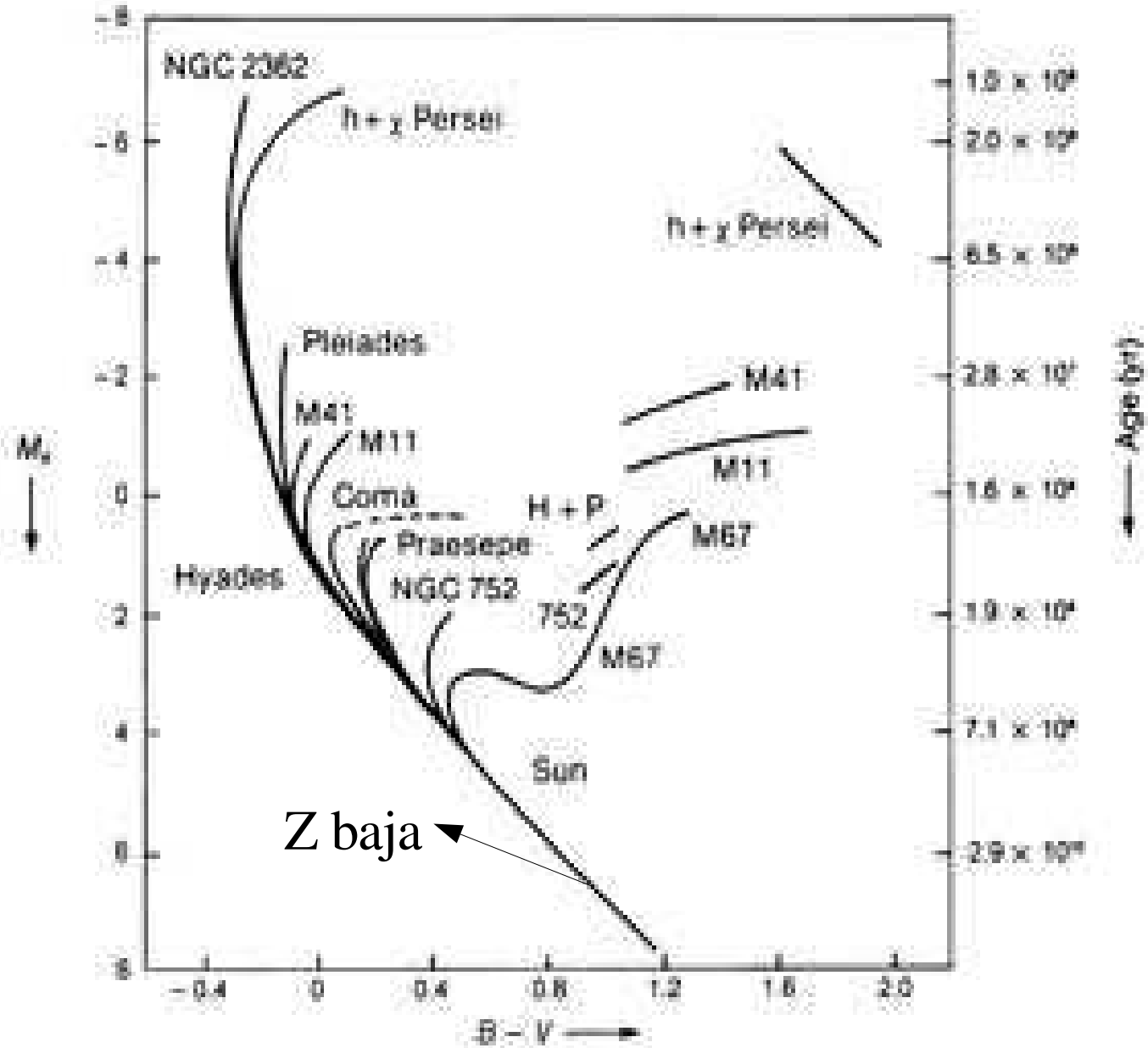


Figure 3.5. Color-magnitude diagram for selected galactic clusters (Population I).